

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

В.Н. Мануилов
К.А. Лещева

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФОРМИРОВАНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

Учебное пособие

«Рекомендовано Ученым советом
радиофизического факультета для студентов ННГУ,
обучающихся по направлениям подготовки
03.03.03 и 03.04.03 «Радиофизика»,
02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»»

Нижний Новгород
2023

УДК 621.38(075.8)
ББК 32.85Я73
М24

Рецензенты: д.ф.-м.н., **Э.Б. Абубакиров**, к.ф.-м.н., **Ю.К. Калынов**.

М24 ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФОРМИРОВАНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ. Авторы: Мануилов В. Н., Лещева К. А.: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2023. – 57 с.

В учебном пособии изложены основы теории формирования интенсивных электронных пучков, служащих источником энергии (активной средой) в мощных электронных приборах СВЧ, где движение частиц происходит в вакууме, а типичные выходные мощности находятся в диапазоне 10 кВт – 1 ГВт.

Пособие предназначено для студентов радиофизического факультета ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 и 03.04.03 «Радиофизика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

Ответственный за выпуск:
зам. председателя методической комиссии
радиофизического факультета ННГУ д.ф.-м.н. **Е.З. Грибова**

УДК 621.38(075.8)
ББК 32.85Я73

© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ. СИСТЕМА ЕДИНИЦ	4
2. ИНТЕГРАЛ ЭНЕРГИИ	6
3. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ	10
3.1. НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ	10
3.2. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ	11
3.3. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В СКРЕЩЕННЫХ ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ	14
3.4. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ УГЛЕ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ ПОЛЕЙ	18
4. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В СЛАБО-НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ	20
5. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В АКСИАЛЬНО-СИМЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЕ	27
5.1. ТЕОРЕМА БУША	27
5.2. КРИТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ РАБОТЫ МАГНЕТРОНА	28
6. МАГНЕТРОННО-ИНЖЕКТОРНАЯ ПУШКА ГИРОТРОНА	30
7. ФОРМИРОВАНИЕ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ	37
7.1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ИНТЕНСИВНОГО ПУЧКА	37
7.2. ТЕОРИЯ ПЛОСКОГО ИДЕАЛИЗИРОВАННОГО ДИОДА	38
7.3. ФОРМИРОВАНИЕ ЛЕНТОЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ. ПУШКА ПИРСА	43
8. ПРЕДЕЛЬНЫЙ ТОК ТРАНСПОРТИРОВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ	48
9. СИСТЕМЫ РЕКУПЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ В МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ СВЧ	52
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	56

1. ВВЕДЕНИЕ. СИСТЕМА ЕДИНИЦ

Мощные генераторы и усилители СВЧ сантиметрового, миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн используют в качестве источника энергии (активной среды) потоки движущихся в вакууме электронов. Как правило, энергии частиц в потоке достигают десятков, а иногда и сотен килоэлектрон-вольт, а токи – от десятков ампер до нескольких килоампер, что обеспечивает выходную мощность соответствующих приборов от десятков киловатт и вплоть до сотен мегаватт. Параметры пучков (форма, энергетическое и скоростное распределения и ряд других) существенным образом влияют на возможность реализации высоких КПД и выходных мощностей, а в ряде случаев вообще определяют возможности практической реализации СВЧ приборов. Требования к параметрам электронных пучков зависят, прежде всего, от механизма генерации (усиления) СВЧ колебаний (черенковское излучение, тормозное, магнитотормозное) и поэтому могут существенно отличаться для разных классов электронных приборов. Поэтому при изучении СВЧ электроники одним из важных вопросов оказывается теория формирования электронных пучков с необходимыми для реализации того или иного механизма излучения свойствами. Соответствующий раздел физики интенсивных электронных пучков получил название электронная оптика. Он включает в себя как изучение движения отдельных частиц в заданных внешних электрическом и магнитном полях, так и поведения электронного пучка в целом, включая воздействие на пучок его собственного кулоновского электрического поля.

Наибольшее применение в электронике СВЧ нашли два класса электронных пучков: пучки электронов с прямолинейными траекториями и периодическими. Первые применяются, прежде всего, в клистронах, лампах с бегущей волной, магнетронах, вторые – в мазерах на циклотронном резонансе и лазерах на свободных электронах. Соответственно, ниже только эти, наиболее популярные варианты электронно-оптических систем, и будут рассмотрены. Пособие состоит из двух основных разделов. В первом основное внимание уделено подробному описанию движения отдельных частиц в заданных внешних однородных или слабо-неоднородных электрическом и магнитном полях. Второй раздел, опираясь на некоторые базовые принципы, изученные в первом разделе, описывает наиболее типичные электронно-оптические системы, используемые для формирования пучков как в приборах с тормозным или черенковским механизмом излучения, где частицы пучка движутся прямолинейно, так и магнитотормозным, где принципиально обеспечить колебательное движение частиц.

Вопросам теории электронно-оптических систем посвящен целый ряд монографий (см., например, [1-8]). Однако стремление их авторов охватить большой круг вопросов и изложить теорию в наиболее общем виде, приводит к очень большим объемам соответствующих изданий и усложняет восприятие материала. Написание данного пособия, естественно, опирается на работы [1-8], но преследует цель изложить наиболее просто только основные понятия электронной оптики. Для этого оно снабжено большим количеством иллюстраций. Естественно, оно не охватывает весь круг вопросов, читаемых в соответствующих курсах и спецкурсах по электронике СВЧ, однако дает необходимый минимум знаний в этой области и может быть использовано как

программа–минимум при подготовке к зачету по курсу лекций «Физическая электроника».

Мы далее будем использовать систему СИ, и для решения практических задач и выполнения ряда оценок нам потребуются следующие физические константы:

скорость света $c=2.998 \times 10^8$ м/с;

заряд электрона $e_0=1.602 \times 10^{-19}$ Кл;

масса покоя электрона $m_0=9.108 \times 10^{-31}$ кг;

удельный заряд электрона $\eta= e_0/ m_0=1.759 \times 10^{19}$ Кл/ кг ;

диэлектрическая проницаемость вакуума $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м.

Электрическое поле будем измерять в В/м, магнитную индукцию в теслах (1 Т=10⁴ Гс).

2. ИНТЕГРАЛ ЭНЕРГИИ

Формирование электронных пучков, как правило, происходит в статических электрическом и магнитном полях. Однако вследствие того, что электрон движется, радиус-вектор частицы зависит от времени $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$. Поскольку движение электрона в общем случае происходит в неоднородных электрическом и магнитном полях, в системе отсчета, связанной с электроном (его собственной системе отсчета), указанные поля тоже оказываются зависящими от времени

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}(\mathbf{r}(t))=\mathbf{E}(t), \quad \mathbf{B}=\mathbf{B}(\mathbf{r}(t))=\mathbf{B}(t).$$

При таком движении в статических полях сохраняется полная энергия частицы. Покажем это. Движение частицы описывается уравнением Ньютона. В общем случае, это уравнение имеет вид

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = -e_0\mathbf{E} - e_0[\mathbf{v}, \mathbf{B}], \quad (1)$$

где m – релятивистская масса электрона, зависящая от его скорости \mathbf{v} как

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}}. \quad (2)$$

Умножим скалярно уравнение (1) на \mathbf{v} , тогда поскольку $(\mathbf{v}, [\mathbf{v}, \mathbf{B}]) \equiv 0$, то

$$\mathbf{v} \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = -e_0(\mathbf{v}, \mathbf{E}),$$

преобразуем сначала левую часть полученного уравнения:

$$\mathbf{v} \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{1}{2m} 2m\mathbf{v} \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{1}{2m} \frac{d(m\mathbf{v})^2}{dt}. \quad (3)$$

Возведем уравнение (2) в квадрат и домножим полученное соотношение на знаменатель, тогда

$$(m\mathbf{v})^2 - (mc)^2 = -m_0^2 c^2 = const.$$

Следовательно

$$\frac{1}{2m} \frac{d(m\mathbf{v})^2}{dt} = \frac{1}{2m} \frac{d(mc)^2}{dt} = \frac{c^2 2m dm}{2m dt} = \frac{d(mc^2)}{dt}. \quad (4)$$

Поскольку движение электрона происходит в статических полях, то $\partial/\partial t = 0$ и электрическое поле связано с потенциалом U через градиент как

$$\mathbf{E} = -\nabla U.$$

Найдем теперь полную производную от потенциала по времени. Дифференцируя получаем

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 0 - (\mathbf{v}, \mathbf{E}) = -(\mathbf{v}, \mathbf{E}). \quad (5)$$

Сравнивая теперь соотношения (3), (4) и (5) легко получить, что

$$\frac{d(mc^2)}{dt} = \frac{e_0 dU}{dt}.$$

Интегрируя последнее уравнение, получаем, что при движении электрона в **статических полях сохраняется полная энергия частицы:**

$$W = mc^2 - e_0 U = const. \quad (6)$$

Полученное соотношение, однако, неудобно при практических расчетах электронно-оптических систем. Поэтому преобразуем его к более удобному виду. Пусть электрон выходит из катода и имеет при выходе скорость \mathbf{v}_k (см. рис.1). В электронике **принято соглашение, что потенциал катода всегда принимается за 0.**

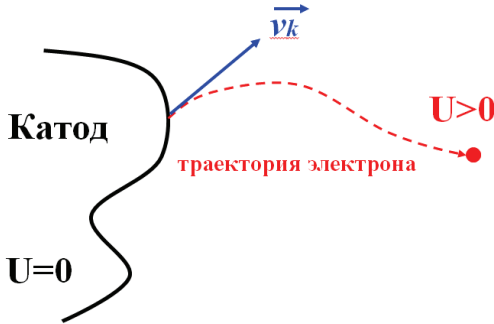


Рис.1. К закону сохранения энергии

Тогда, записывая соотношение (6) для двух точек – точки старта с катода и произвольной точки с потенциалом U , получаем, что

$$W = m_k c^2 - e_0 0 = m c^2 - e_0 U,$$

и, следовательно

$$(m - m_k) c^2 = e_0 U. \quad (7)$$

Поскольку скорость выхода частицы из катода нерелятивистская и $v_k \ll c$, то окончательно мы можем записать закон сохранения энергии в виде

$$(m - m_0) c^2 = e_0 U. \quad (8)$$

Если движение частицы нерелятивистское, то раскладывая в (2) корень в ряд и ограничиваясь первым порядком малости, получаем, что

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx m_0(1 + v^2/2c^2),$$

$$m_k = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v_k^2/c^2}} \approx m_0(1 + v_k^2/2c^2).$$

Подставляя теперь эти соотношения в (7), получаем, что

$$\frac{m_0 v^2}{2} - \frac{m_0 v_k^2}{2} = e_0 U. \quad (9)$$

Ведем теперь эффективный потенциал U_0 , соответствующий начальной тепловой скорости электронов, покидающих катод как

$$\frac{m_0 v_k^2}{2} = e_0 U_0.$$

Следовательно

$$\frac{m_0 v^2}{2} = e_0 (U + U_0)$$

и

$$v = \sqrt{2\eta(U + U_0)}.$$

Обычно $U_0 \ll U$ (типичные величины U_0 порядка 0.1 В, а значения U – по крайней мере сотни вольт). Поэтому можно пользоваться формулой

$$v = \sqrt{2\eta U}. \quad (10)$$

Для СВЧ приборов с черенковским механизмом излучения (ЛБВ, ЛОВ) важной характеристикой формируемого электронного потока является так называемое **замедление** – отношение скорости света к скорости электронов

$$\xi = \frac{c}{v}. \quad (11)$$

Используя (10) получаем, что в **нерелятивистском приближении**

$$\xi = \frac{c}{\sqrt{2\eta U}} = \frac{16}{\sqrt{U \text{ кВ}}}. \quad (12)$$

Если **движение релятивистское**, то замедление можно найти следующим образом. Деля обе части соотношения (8) на массу покоя электрона m_0 , получаем что гамма-фактор (отношение массы электрона к его массе покоя)

$$\gamma = 1 + \frac{e_0 U}{m_0 c^2}.$$

Подставляя сюда соответствующие физические константы, находим, что

$$\gamma = 1 + \frac{U}{511}.$$

Здесь ускоряющее напряжение выражено в киловольтах. Замедление может быть найдено из (11) и (2) как

$$\xi = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{1 - 1/\gamma^2}}. \quad (13)$$

При больших $\gamma \gg 1$ соотношение (13) может быть упрощено. Разлагая корень в ряд, получаем, что

$$\xi \approx 1 + \frac{1}{2\gamma^2}. \quad (14)$$

Сравнивая соотношения (12) и (14) при различных значениях U можно сделать вывод, что формула (12) обеспечивает точность не хуже 1% при напряжениях **$U < 100 \text{ кВ}$** . Эта граница принята в электронике как граница нерелятивистского приближения.

3. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

3.1 НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим нерелятивистское движение электрона в однородном электрическом поле $\vec{E} = \text{const}$. Для определенности будем считать, что поле направлено вдоль оси y , а в начальный момент времени электрон находится в начале координат (рис.2) и имеет компоненты начальной скорости вдоль соответствующих осей v_{0x} и v_{0y} .

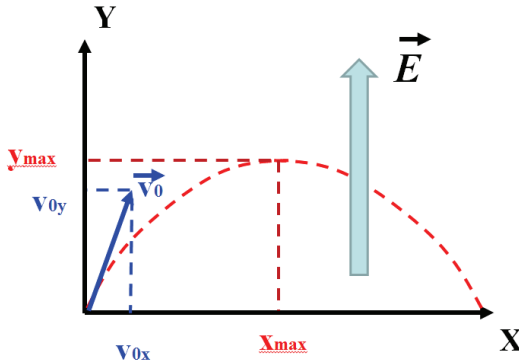


Рис.2. Движение электрона в однородном электрическом поле

Уравнение движения в этом случае можно записать как

$$\frac{dv}{dt} = -\eta E. \quad (15)$$

Проектируя это уравнение на оси координат, легко понять, что оно описывает равномерное движение по оси x и равнозамедленное по оси y . Тогда, с учетом начальных условий, его решение будет иметь вид

$$y = -\frac{\eta E t^2}{2} + v_{0y} t, \quad x = v_{0x} t.$$

Исключая отсюда время t получаем, что

$$y = -\frac{\eta E}{2} \left(\frac{x}{v_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right) x.$$

Как легко видеть, **траектория электрона – парабола**, обращенная вершиной вверх. Вершина параболы определяется из условия экстремума $dy/dx = 0$. Дифференцируя зависимость $y(x)$ находим x - координату экстремума. Подставляя эту координату в выражение для $y(x)$ получаем высоту подъема электронной траектории:

$$x_{max} = \frac{(v_{0y}v_{0x})}{\eta E},$$

$$y_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2\eta E}.$$

3.2 ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Пусть электрон, имеющий в начальный момент скорость \mathbf{v} , движется в однородном магнитном поле, как это показано на рис.3. Напишем уравнение движения электрона, не накладывая никаких ограничений на величину его скорости.

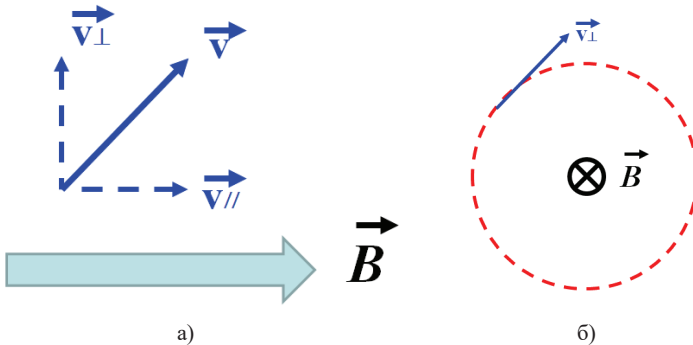


Рис.3. Направления скоростей электрона в меридиональной (а) и поперечной (б) плоскостях при движении в однородном магнитном поле

Тогда оно будет иметь вид

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = -e_0[\mathbf{v}, \mathbf{B}]. \quad (16)$$

В правой части стоит сила Лоренца $\mathbf{F}_L = -e_0[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$, которая, как легко видеть, перпендикулярна скорости электрона ($\mathbf{F}_L \perp \mathbf{v}$), поэтому сила Лоренца не совершает работу и значит, энергия частицы при таком движении не меняется. Соответственно, не меняется и скорость электрона ($|\mathbf{v}| = const$) и его масса m , поэтому ее можно вынести из-под оператора дифференцирования и записать уравнение движения в виде

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e_0}{m}[\mathbf{v}, \mathbf{B}]. \quad (17)$$

Разложим теперь полную скорость электрона на скорость вдоль магнитного поля и скорость перпендикулярную магнитному полю (рис.3)

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}.$$

Подставим это разложение в уравнение движения и спроектируем его на два направления – вдоль магнитного поля и перпендикулярно магнитному полю. Тогда наше исходное уравнение распадется на два независимых уравнения, которые будут иметь вид

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = 0,$$

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} = -\frac{e_0}{m} [v_{\perp}, \mathbf{B}].$$

Из первого уравнения тогда сразу следует, что $v_{\parallel} = \text{const}$. Но поскольку полная скорость $v = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2} = \text{const}$, то и $|v_{\perp}| = \text{const}$.

Рассмотрим теперь движение электрона в плоскости, перпендикулярной магнитному полю (рис.3б). Полное ускорение электрона

$$a = \left| \frac{dv_{\perp}}{dt} \right| = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}.$$

Но модуль тангенциального ускорения $|a_{\tau}| = d|v_{\perp}|/dt = 0$. Поэтому электрон имеет только нормальное ускорение a_n , которое, как известно из кинематики, выражается через скорость электрона и мгновенный радиус кривизны траектории R как

$$a_n = \frac{v_{\perp}^2}{R}.$$

С другой стороны, из уравнения движения в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, следует, что

$$a_n = \frac{e_0}{m} \times v_{\perp} B.$$

Приравняв эти два выражения, находим, что

$$R = \frac{v_{\perp}}{\frac{e_0}{m} B}.$$

Все входящие в правую часть этого выражения величины – константы. Следовательно, $R = \text{const}$, и **движение электрона в поперечной к магнитному полю плоскости происходит по окружности**. Из механики известно, что при движении по окружности

$$R = \frac{v_{\perp}}{\omega},$$

где ω – циклическая частота. Следовательно, в данном случае циклическая частота:

$$\omega = \frac{e_0}{m} B. \quad (18)$$

Эта величина получила название **циклотронной частоты**. Ее обычно обозначают через ω_c . В случае, если движение электрона не релятивистское ($v/c \ll 1$), $m = m_0$ и $\omega_c = \omega_{c0} = \eta B$. Таким образом, полное движение электрона можно представить как **сумму двух простых движений** –

поступательного равномерного прямолинейного движения со скоростью v_{\parallel} вдоль магнитного поля и **вращения** с циклотронной частотой с линейной скоростью v_{\perp} по окружности, которая получила название Ларморовская окружность. В целом, в пространстве **траектория электрона представляет из себя винтовую линию** (рис.4).

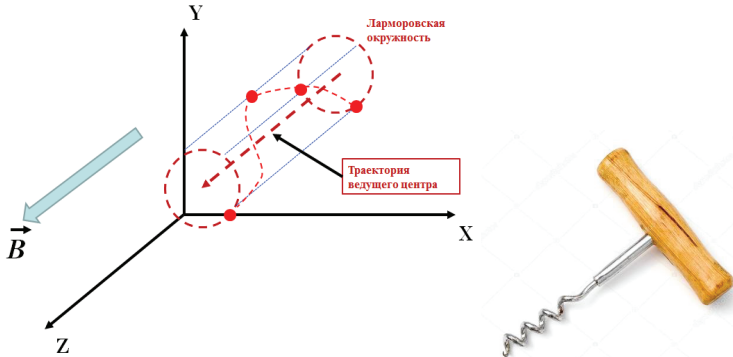


Рис.4. Трехмерное движение электрона в однородном магнитном поле. Синими линиями указаны образующие цилиндра радиуса R , вдоль поверхности которого движется электрон. Красными точками показаны положения электрона в последовательные моменты времени (показаны только видимые наблюдателю точки). Справа – механический аналог электронной траектории – шилопор

Оценим характерные масштабы электронной траектории при движении в магнитном поле. Для этого **рассмотрим** следующий **числовой пример**. Пусть ускоряющее напряжение $U = 1000$ В, индукция магнитного поля $B = 0.1$ Т = 1000 Гс, а электрон вбрасывается под углом $\alpha = 30^\circ$ по отношению к направлению магнитного поля.

Поскольку $U = 1$ кВ $\ll 100$ кВ, то оценки можно делать в **нерелятивистском приближении**. Первым делом вычислим циклотронную частоту. В данном случае $\omega_c = \omega_{c0} = \eta B = 1.76 \times 10^{11} \times 0.1 = 1.76 \times 10^{10}$. Соответствующая обычная частота $\nu = \omega_c / 2\pi \approx 3 \times 10^9$ Гц (этой частоте соответствует длина волны $\lambda \approx 10$ см). Вычислим теперь полную скорость электрона. Замедление $\xi = 16/\sqrt{U} = 16$, поэтому полная скорость $v = c/\xi = 3 \times 10^8 / 16 \approx 2 \times 10^7$. Компоненты скорости электрона легко сосчитать по заданному углу влета α . Продольная скорость электрона $v_{\parallel} = v \cos \alpha \approx 2 \times 10^7 \cos 30^\circ \approx 1.7 \times 10^7$, вращательная скорость $v_{\perp} = v \sin \alpha = 1.0 \times 10^7$. Тогда **шаг** электронной траектории (т.е. ее пространственный период) равен $h = T_c v_{\parallel} = (2\pi/\omega_c) \times v_{\parallel} = (6.28/1.76 \times 10^{10}) \times 1.7 \times 10^7 \approx 0.6$ мм, радиус вращения $R = v_{\perp} / \omega_c = 10^7 / (1.76 \times 10^{10}) \approx 0.6$ мм.

3.3 ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В СКРЕЩЕННЫХ ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

Пусть на электрон действуют однородные ($E = const, B = const$) скрещенные (т.е. взаимно перпендикулярные – $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$) поля. Такой случай реализуется, например, в плоском конденсаторе, помещенном в однородное магнитное поле (рис.5).

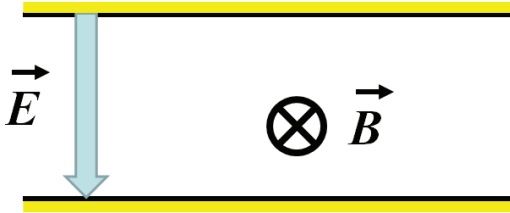


Рис.5. Модель системы со скрещенными полями

Напишем уравнение движения

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = -e_0\mathbf{E} - e_0[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$$

и для простоты сразу ограничимся случаем **нерелятивистских скоростей** электрона $v/c \ll 1$. Тогда его можно переписать как

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \eta[\mathbf{v}, \mathbf{B}] = -\eta\mathbf{E}$$

или

$$\dot{\mathbf{r}} + \eta[\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{B}] = -\eta\mathbf{E}. \quad (19)$$

Уравнение (19) – линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами. Как известно из курса дифференциальных уравнений, его решение

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\text{общ}} + \mathbf{r}_d, \quad (20)$$

где $\mathbf{r}_{\text{общ}}$ – общее решение однородного уравнения, а \mathbf{r}_d – частное решение неоднородного. Дифференцируя (20) по времени, получаем аналогичное соотношение для скоростей

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{общ}} + \mathbf{v}_d. \quad (21)$$

Однородное уравнение, очевидно, имеет вид

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \eta[\mathbf{v}, \mathbf{B}] = 0 \quad (22)$$

и, как легко видеть (см. предыдущий раздел 3.2), описывает движение электрона в однородном магнитном поле по винтовой линии. Поэтому мы сразу можем написать, что

$$\mathbf{v}_{\text{общ}} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}, \quad (23)$$

где первое слагаемое описывает поступательное движение ведущего центра вдоль магнитного поля, второе – вращение вокруг ведущего центра с циклотронной частотой. Нам осталось найти частное решение неоднородного уравнения (19). Поскольку это **частное решение**, попробуем искать его в классе функций $\mathbf{v}_d = \text{const}$ ($d\mathbf{v}_d/dt = 0$). В этом случае из (19) следует, что

$$[\mathbf{v}_d, \mathbf{B}] = -\mathbf{E}.$$

Умножим это уравнение векторно на \mathbf{B} слева, тогда

$$[\mathbf{B}[\mathbf{v}_d, \mathbf{B}]] = -[\mathbf{B} \mathbf{E}] = [\mathbf{E} \mathbf{B}].$$

Раскрывая теперь двойное векторное произведение в левой части уравнения, приходим к соотношению

$$\mathbf{v}_d B^2 - \mathbf{B}(\mathbf{v}_d, \mathbf{B}) = [\mathbf{E} \mathbf{B}].$$

Поскольку нам надо найти частное решение, еще больше сузим класс искомых функций и потребуем, чтобы выполнялось еще и условие $\mathbf{v}_d \perp \mathbf{B}$. Тогда скалярное произведение $(\mathbf{v}_d, \mathbf{B}) = 0$ и окончательно мы получаем, что

$$\mathbf{v}_d = \frac{[\mathbf{E} \mathbf{B}]}{B^2}. \quad (24)$$

Скорость \mathbf{v}_d называют **дрейфовой скоростью**. В процессе поиска решения мы сделали два предположения: скорость постоянна и скорость перпендикулярна магнитному полю. Поскольку $E = \text{const}, B = \text{const}$, то $\mathbf{v}_d = \text{const}$, а поскольку в формуле (24) стоит векторное произведение, то $\mathbf{v}_d \perp \mathbf{B}$, т.е. выполнены оба наши предположения, и значит (24) действительно дает решение нашей задачи. Тогда, согласно соотношениям (21), (23) полная скорость электрона может быть представлена в виде суммы трех слагаемых и равна

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_d + \mathbf{v}_{\perp}. \quad (25)$$

Первых два слагаемых описывают движение ведущего центра со скоростью $\mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_d$, а последнее – вращение с циклотронной частотой относительно ведущего центра. Таким образом, *полное движение электрона представляет собой сумму трех простых: движение вдоль магнитного поля с постоянной скоростью \mathbf{v}_{\parallel} , движение перпендикулярно электрическому и магнитному полям с дрейфовой скоростью \mathbf{v}_d и вращение по Ларморовской окружности со скоростью \mathbf{v}_{\perp} .*

Как выглядит движение электрона, если смотреть на конденсатор сверху и сбоку?

Вид сверху. В этом случае направления электрического и магнитного полей изображены на рис.6.

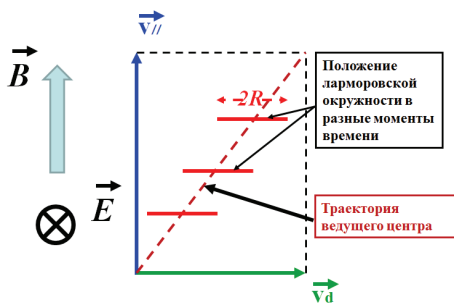


Рис.6. Движение электрона и ведущего центра. Вид сверху

Вид сбоку. В этом случае направления электрического и магнитного полей изображены на рис.7, а возможные формы проекции электронной траектории показаны на рис.8.

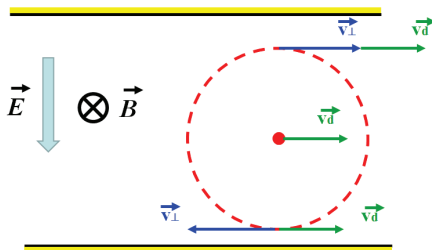


Рис.7. Движение электрона и ведущего центра. Вид сбоку

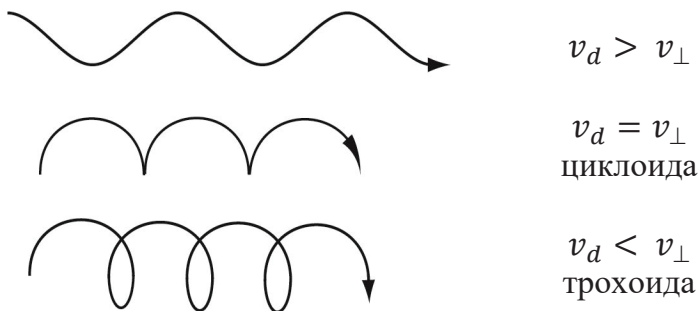


Рис.8. Проекция электронной траектории на плоскость, перпендикулярную магнитному полю при разном соотношении между дрейфовой и вращательной скоростями

Для описываемого движения есть простая механическая аналогия. Точно по таким же траекториям движется точка на колесе, которое катится по плоскости без проскальзывания (рис.9). В этом случае первой траектории соответствует точка внутри колеса (точка А), второй – на ободу (точка В), и третьей – на «продолжении» спицы колеса» - точка С (палочка, прикрепленная к колесу и имеющая больший диаметр).

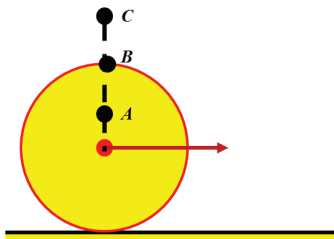


Рис.9. Механическая аналогия для движения электрона: колесо, катящееся по плоскости без проскальзывания

3.4 ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ УГЛЕ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ ПОЛЕЙ

Как будет происходить движение электрона, если угол между векторами полей \mathbf{E} и \mathbf{B} отличен от 90° (рис.10). Рассмотрим сразу наиболее простой нерелятивистский случай $v/c \ll 1$.

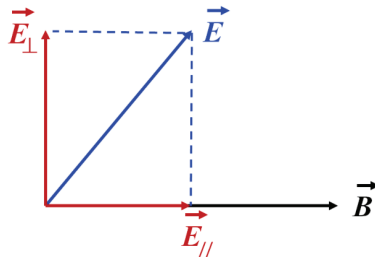


Рис.10. Разложение электрического поля при его произвольном угле относительно магнитного

Разложим электрическое поле на две составляющих: параллельную магнитному полю и перпендикулярную

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{E}_{\perp} \quad (26)$$

и спроектируем уравнение движения (1) на эти два направления. Кроме того, аналогичным образом представим полную скорость как

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}^*. \quad (27)$$

Здесь \mathbf{v}_{\perp}^* – **полная** скорость, **перпендикулярная** магнитному полю. Тогда, очевидно, получим два независимых уравнения вида

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}^*}{dt} = -\eta\mathbf{E}_{\perp} - \eta[\mathbf{v}_{\perp}^*, \mathbf{B}],$$

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\eta E_{\parallel}.$$

Из них следует, что частица участвует сразу в двух независимых движениях: равноускоренном (равнозамедленном) движении вдоль магнитного поля под действием компоненты поля \mathbf{E}_{\parallel} , и движении в скрещенных полях \mathbf{E}_{\perp} и \mathbf{B} . Оба вида движений рассмотрены нами ранее, поэтому мы сразу можем написать формулу для полной скорости электрона как

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel 0} + \mathbf{v}_{\parallel \text{уск}} + \mathbf{v}_d + \mathbf{v}_{\perp}. \quad (28)$$

Первое слагаемое – это имевшаяся в начальный момент скорость электрона вдоль магнитного поля, второе – скорость вдоль магнитного поля, приобретенная частицей под действием компоненты \mathbf{E}_{\parallel} , третье – дрейфовая

скорость и, наконец, 4-ое – скорость вращения электрона с циклотронной частотой в поле \vec{B} .

Согласно (28) полное движение частицы можно опять представить, как движение ведущего центра и вращение с циклотронной частотой. В данном случае скорость ведущего центра

$$\vec{v}_{вц} = \vec{v}_{||0} + \vec{v}_{||уск} + \vec{v}_d. \quad (29)$$

Таким образом, всегда, когда у нас имеется магнитное поле, движение частицы можно представить, как дрейф ведущего центра плюс вращение с циклотронной частотой. В данном случае ведущий центр будет двигаться по параболе (рис.11), а положение ларморовской окружности будет меняться как показано на рис.11.

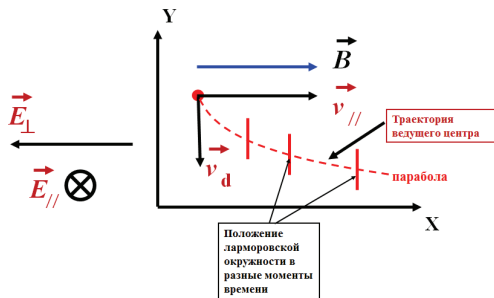


Рис.11. Движение ведущего центра

4. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В СЛАБО-НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

В рассмотренном выше разделе поля предполагались однородными. Очевидно, что в реальных устройствах строго однородное поле создать невозможно, т.е. оно будет, по крайней мере, слабо неоднородным. Очевидно, что движение в однородных полях и в слабонеоднородных должны быть похожи. В то же время описание движения в слабонеоднородном поле проще, чем в случае произвольных полей, а слабонеоднородные поля достаточно часто встречаются на практике. Поэтому этот случай целесообразно рассмотреть отдельно. Первый вопрос, который тут возникает – дать **критерий слабой неоднородности поля**. Пусть частица движется в слабонеоднородном расходящемся магнитном поле (рис.12). Тогда, как будет показано ниже, ее движение может быть представлено как движение ведущего центра вдоль магнитной силовой линии и вращение с циклотронной частотой вокруг ведущего центра.

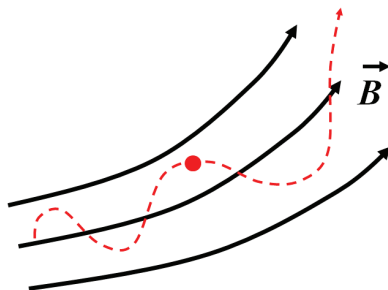


Рис.12. Движение электрона с слабонеоднородным магнитным поле. Пунктир – электронная траектория, точкой показано текущее положение частицы

Перейдем в систему отсчета ведущего центра. Тогда, в этой системе отсчета электрон будет «видеть» переменное поле, т.е. $dB/dt \neq 0$. Когда такое поле можно считать медленно меняющимся? Очевидно, сначала надо выбрать **временной масштаб**. Поскольку электрон в магнитном поле вращается с циклотронной частотой, то таким естественным масштабам является период циклотронной частоты $T_c = 2\pi/\omega_c$. Следовательно, поле будет слабо-неоднородным, если выполняется условие

$$T_c \frac{dF_i}{dt} \ll F_i. \quad (30)$$

Здесь F_i – любая из компонент электрического или магнитного поля. Т.е. за период циклотронной частоты поле мало меняется по сравнению с его значением. В частности, наше условие можно записать аналогичным образом и для модуля магнитного поля как

$$T_c \frac{dB}{dt} \ll B. \quad (31)$$

Условия (30), (31) записаны через временные производные, что часто неудобно, поскольку обычно известны не временные масштабы полей, а пространственные. Перепишем неравенство (31) через производные по координатам. Для этого рассмотрим **два предельных случая**.

1. Скорость частицы вдоль магнитного поля мала по сравнению со скоростью вращения, т.е. $v_{\parallel} \ll v_{\perp}$.

Тогда $v_{\perp} \approx v$, в то же время $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$. Перейдем в этом выражении к скалярам и выразим dt как $dt = dr/v \approx dr/v_{\perp}$. Подставим теперь dt в неравенство (31), тогда левая часть неравенства преобразуется как

$$T_c \frac{dB}{dt} = T_c v_{\perp} \frac{dB}{dr} = 2\pi r_{\perp} \frac{dB}{dr} \ll B.$$

Здесь r_{\perp} – радиус вращения электрона по Ларморовской окружности. Поскольку у нас стоит сильное неравенство («много меньше»), то множитель 2π можно отбросить и переписать неравенство как

$$r_{\perp} \frac{dB}{dr} \ll B.$$

Т.е. поле можно считать слабо-неоднородным, если оно мало меняется на радиусе вращения электрона по сравнению с величиной самого поля.

2. Скорость частицы вдоль магнитного поля велика по сравнению со скоростью вращения, т.е. $v_{\parallel} \gg v_{\perp}$.

Тогда, аналогично предыдущему случаю $dt = dr/v \approx dr/v_{\parallel}$. Снова подставляя dt в наше неравенство, получаем что

$$T_c \frac{dB}{dt} = T_c v_{\parallel} \frac{dB}{dr} = h \frac{dB}{dr} \ll B.$$

Здесь h – шаг электронной траектории в поле B . Окончательно имеем

$$h \frac{dB}{dr} \ll B.$$

Таким образом, суммируя, поле можно считать медленно меняющимся (говорят еще, что **поле адиабатическое и выполнены условия адиабатического приближения**) если поле мало меняется на радиусе вращения или шаге электронной траектории.

Насколько часто встречаются адиабатические поля? Рассмотрим **пример**. Пусть электрон влетает в магнитное поле Земли перпендикулярно силовым линиям магнитного поля (рис.13) со скоростью v .

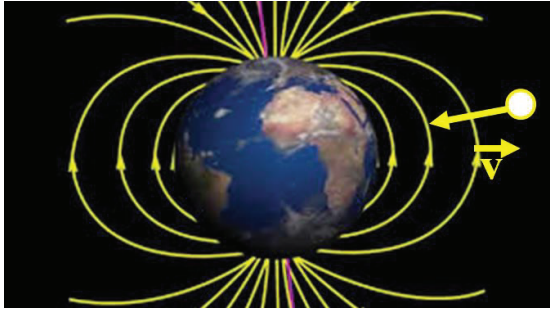


Рис.13. Частица в магнитном поле Земли

Когда такое поле можно считать адиабатическим? Рассмотрим несколько случаев и сделаем соответствующие оценки. Для этого нам потребуется знание магнитного поля Земли B_3 и пространственного масштаба неоднородности поля L_3 . Примем далее, что $B_3 = 0.2 \text{ Гс} = 2 \times 10^{-5} \text{ Т}$. Как известно, магнитное поле Земли по структуре близко к полю магнитного диполя и за пространственный масштаб этого поля приближенно можно принять диаметр Земли, поэтому далее мы будем полагать, что $L_3 \approx 10000 \text{ км} = 10^7 \text{ м}$.

Оценки выполним для разной величины скорости частицы v :

1. **Скорость частицы нерелятивистская**, $v = 0.2 \text{ с}$. Тогда циклотронная частота: $\omega_c = \omega_{c0} = \eta B = 1.76 \times 10^{11} \times 2 \times 10^{-5} = 3 \times 10^6$, а радиус вращения электрона $r_{\perp} = v/\omega_c = 0.2 \times 3 \times 10^8 / 3 \times 10^6 \approx 20 \text{ м}$. Следовательно $r_{\perp} \ll L_3$ и движение можно с большим запасом считать адиабатическим.

2. **Скорость частицы релятивистская**, $v = 0.995 \text{ с}$. Соответствующий гамма-фактор для электрона (отношение массы к массе покоя)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 10.$$

В этом случае уже необходимо пользоваться релятивистскими формулами. Найдем релятивистскую циклотронную частоту. Согласно (18)

$$\omega_c = \frac{e_0}{m} B = \frac{e_0 (\frac{m_0}{m})}{m_0} B = \eta \frac{B}{\gamma} = \frac{\omega_{c0}}{\gamma} = \frac{3 \times 10^6}{10} = 3 \times 10^5.$$

Тогда радиус вращения:

$r_{\perp} = v/\omega_c = 3 \times 10^8 / 3 \times 10^5 = 1000 \text{ м} \ll L_3 = 10^7 \text{ м}$ и движение опять можно считать адиабатическим.

3. **Ультрарелятивистская частица с гамма-фактором $\gamma = 10^5$** . Поскольку $\gamma = 1 + 2U_{\text{МВ}}$, то энергия такой частицы в мегавольтах

$$2U_{\text{МВ}} = \frac{\gamma - 1}{2} \approx \frac{\gamma}{2} = 5 \times 10^4 \text{ МВ},$$

$$\omega_c = \frac{\eta B}{\gamma} = \frac{3 \times 10^6}{10^5} = 30,$$

$$r_{\perp} = \frac{c}{\omega_c} = \frac{3 \times 10^8}{30} = 10^7 \approx L_3.$$

Таким образом, только при таких огромных энергиях начинает нарушаться справедливость адиабатического приближения.

В чем **преимущество использования теории слабо-неоднородного поля при описании движения частиц**? На основании метода усреднения (аналогично тому, как это делается в теории колебаний) тогда можно показать, что радиус-вектор частицы \mathbf{r} и ее скорость \mathbf{v} можно представить в виде суммы двух векторов (см. также рис.14)

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \mathbf{r}_{\perp}, \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} + \mathbf{v}_{\perp},$$

т.е. соответственно как радиус-вектор ведущего центра \mathbf{R} и радиус-вектор \mathbf{r}_{\perp} , соответствующий вращению частицы относительно этого центра, и как скорость ведущего центра $d\mathbf{R}/dt$ плюс скорость вращения \mathbf{v}_{\perp} с циклотронной частотой по Ларморовской окружности. Соответствующие величины координат ведущего центра и его скорости получаются при усреднении по «быстрому» времени как

$$\mathbf{R} = \frac{1}{T_c} \int_t^{t+T_c} \mathbf{r} dt, \quad \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{1}{T_c} \int_t^{t+T_c} \mathbf{v} dt.$$

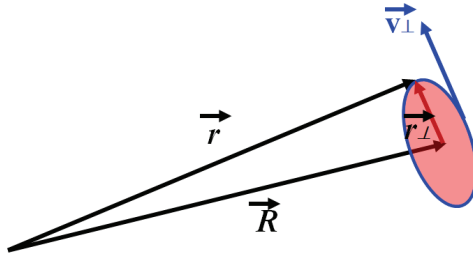


Рис.14. Представление радиус-вектора частицы при адиабатическом движении

При этом функции \mathbf{R} , $d\mathbf{R}/dt$, r_{\perp} , v_{\perp} - медленные функции времени, т.е. они мало меняются за период циклотронной частоты, а функции \mathbf{r}_{\perp} , \mathbf{v}_{\perp} - быстрые. В результате усреднения для функций \mathbf{R} , $d\mathbf{R}/dt$, r_{\perp} , v_{\perp} получаются более простые уравнения по сравнению с исходными уравнениями движения Ньютона. В частности, можно доказать, что в адиабатическом поле сохраняется величина, называемая **поперечным адиабатическим инвариантом**

$$J_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{B} = const,$$

здесь $p_{\perp} = mv_{\perp}$ – импульс, соответствующий вращательному движению частицы, v_{\perp} – вращательная скорость, m – релятивистская масса. В результате вращательное движение частицы вообще удастся полностью описать аналитически, а для движения ведущего центра получается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. В случае, если движение не релятивистское, выражение для инварианта может быть записано в виде

$$J_{\perp} = \frac{v_{\perp}^2}{B} = const. \quad (32)$$

Пусть у нас есть 2 плоскости (рис.15) $z = z_1$ и $z = z_2$, и в плоскости $z = z_1$ известна величина вращательной скорости $v_{\perp 1}$, а также известны значения магнитной индукции в обеих плоскостях B_1 и B_2 . В силу сохранения адиабатического инварианта имеем

$$J_{\perp} = \frac{v_{\perp 1}^2}{B_1} = \frac{v_{\perp 2}^2}{B_2},$$

следовательно, вращательная скорость в сечении $z = z_2$ будет

$$v_{\perp 2} = v_{\perp 1} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}},$$

а радиус вращения в этом сечении

$$r_{\perp 2} = \frac{v_{\perp 2}}{\omega_{c2}} = \frac{v_{\perp 2}}{\eta B_2}.$$

Таким образом, вращательное движение электрона полностью описывается аналитически.

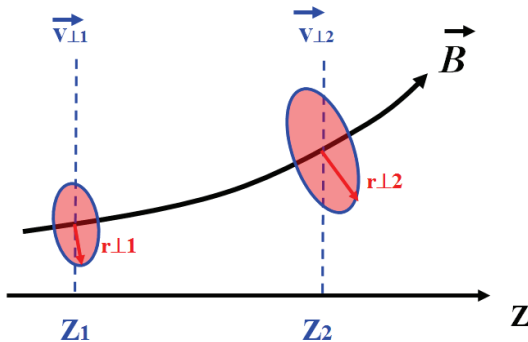


Рис. 15. К расчету вращательной скорости электрона

Что касается движения ведущего центра, то оно описывается дифференциальным уравнением первого порядка, которое при условии $v/c \ll 1$ и $v_d = E/B \ll v_{\perp}$ принимает вид [1]

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{[\mathbf{E}, \mathbf{B}]}{B^2} - \frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{2\eta B^3} [\mathbf{B}, \nabla B]. \quad (33)$$

Из вида уравнения следует, что ведущий центр участвует в трех движениях: вдоль магнитной силовой линии со скоростью v_{\parallel} , в дрейфовом движении перпендикулярно электрическому и магнитному полям и в так называемом градиентном дрейфе, перпендикулярном направлению магнитного поля и его градиенту ∇B .

Правая часть уравнения вычисляется следующим образом. Поскольку в системе сохраняется адиабатический инвариант, то из (32) следует, что

$$v_{\perp} = \sqrt{J_{\perp} B}.$$

Из закона сохранения энергии

$$v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 = 2\eta U$$

получаем, что

$$v_{\parallel} = \sqrt{2\eta U - v_{\perp}^2} = \sqrt{2\eta U - J_{\perp} B}.$$

Таким образом, считая, что электрическое и магнитное поля заданы, получаем, что правая часть уравнения нам известна, и мы можем его решить. В ряде практически значимых случаев это уравнение также допускает аналитическое решение.

Теория движения частиц в адиабатических полях позволяет также ответить на вопрос, **может ли электрон войти в область бесконечно сильного магнитного поля?**

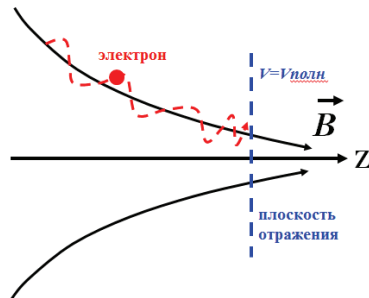


Рис.16. Магнитное зеркало

Пусть при $z \rightarrow \infty$, $B \rightarrow \infty$ и электрон движется в плавно нарастающем поле (рис.16). Поскольку точно вдоль магнитной силовой линии электрон в

магнитное поле запустить невозможно (всегда есть хотя бы и очень маленькая, но поперечная скорость вращения вокруг ведущей силовой линии магнитного поля), то в соответствии с законом сохранения поперечного адиабатического инварианта (32) его скорость вращения v_{\perp} должна увеличиваться и т.к. при $z \rightarrow \infty$, $B \rightarrow \infty$, то $v_{\perp} \rightarrow \infty$. Но из закона сохранения энергии $v_{\perp} \leq v = \sqrt{2\eta U} = v_{\text{полн}}$ не может превышать его полной скорости. Поэтому, когда частица доходит до плоскости, где ее **вращательная скорость становится равной полной**, она останавливается ($v_{\parallel} = 0$) и далее поворачивает назад (нетрудно видеть, что при вхождении электрона в нарастающее магнитное поле на него действует магнитная сила Лоренца, компонента которой направлена против скорости продольного движения). Говорят, что возникает **магнитное зеркало**.

5. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В АКЦИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЕ

5.1. ТЕОРЕМА БУША

В случае, когда частица движется в аксиально-симметричной системе, имеет место еще один инвариант движения – закон сохранения обобщенного импульса, соответствующего азимутальному движению частицы. Мы его приведем без доказательства, поскольку вывод соответствующего инварианта основан на использовании теории функций Лагранжа для динамической системы и занимает слишком много времени. Пусть движение нерелятивистское ($v/c \ll 1$) и в используемой ниже цилиндрической системе координат (r, φ, z) нет зависимости действующих на частицу полей от азимутальной координаты φ , т.е. $\partial/\partial\varphi = 0$. Кроме того, будем полагать, что частица стартует с поверхности катода (рис.17) с нулевой начальной скоростью $v_k \equiv 0$ из некоторой точки, имеющей радиус r_k . Тогда можно показать, что азимутальная угловая скорость частицы в некотором произвольном сечении, где радиус частицы равен r , может быть найдена как (см. рис.17)

$$\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} = \frac{\eta(\Psi - \Psi_k)}{2\pi r^2}. \quad (34)$$

Здесь Ψ_k – поток магнитного поля через окружность радиуса r_k , Ψ – поток магнитного поля через окружность радиуса r , на котором в данный момент находится частица

$$\Psi = \int_S B_n dS, \quad \Psi_k = \int_{S_k} B_n dS.$$

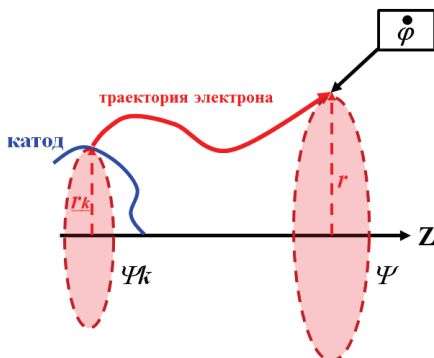


Рис.17. К расчету угловой скорости частицы в аксиально-симметричной системе

Соотношение (34) получило название **Теорема Буша**.

5.2. КРИТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ РАБОТЫ МАГНЕТРОНА

Магнетрон – мощный генератор СВЧ, работающий в диапазоне длин волн порядка $\lambda \approx 1 \text{ см} - 1 \text{ м}$. Простейшей моделью магнетрона, позволяющей рассмотреть основные особенности движения электронов в такой системе является цилиндрический диод в продольном магнитном поле (рис.18). При достаточно большой длине цилиндра (длина \gg диаметра) зависимостью всех величин от продольной координаты можно пренебречь и тогда достаточно рассмотреть движение электрона в поперечной плоскости по действием **радиального электрического поля** и **продольного магнитного** (рис.18).

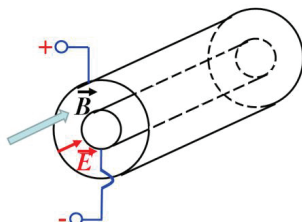


Рис.18. Модель цилиндрического магнетрона

Рассмотрим качественно вид электронных траекторий в поперечной плоскости при разной величине магнитного поля B . Если магнитное поле отсутствует, то на электрон действует только **радиальная сила** со стороны электрического поля, и он движется по прямой от катода к аноду (рис.19.1). При включении магнитного поля на электрон, помимо электрического поля начинает действовать магнитная сила Лоренца, которая лежит в плоскости рисунка и направлена перпендикулярно скорости электрона. Поэтому электрон начинает отклоняться так, как это показано на рис.19.2. По мере роста магнитного поля отклоняющая сила увеличивается и, наконец, становится такой, что в верхней точке траектория электрона касается анода, т.е. вся его скорость направлена по азимуту (рис.19.3). Такой режим называется **критическим**, а соответствующая величина магнитного поля – **критическим полем**. Если еще больше увеличить магнитное поле, то электрон уже не может достигнуть анода и движется по траектории, напоминающей циклоиду. Такой режим называется **закритическим**.

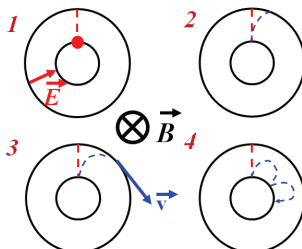


Рис.19. Проекция электронной траектории на поперечную плоскость при различной величине магнитного поля: 1- $B=0$, 2- $B=B_1$, 3- $B=B_2=B_{\text{крит}}$, 4- $B=B_3>B_{\text{крит}}$. Красным пунктиром показана электронная траектория при отсутствии магнитного поля

Найдем **связь между анодным потенциалом и величиной магнитного поля в критическом режиме.**

Поскольку в верхней точке траектории вся скорость направлена по азимуту, то пользуясь законом сохранения энергии получаем, что

$$v_{\varphi} = r_a \dot{\varphi} = \sqrt{2\eta U_a}. \quad (35)$$

С другой стороны, из теоремы Буша следует, что

$$\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} = \frac{\eta(\Psi - \Psi_k)}{2\pi r^2}.$$

Поскольку магнитное поле однородно, то $\Psi = \pi r_a^2 B$, $\Psi_k = \pi r_k^2 B$. Подставляя эти величины в (34) получаем что

$$\dot{\varphi} = \frac{\eta B}{2} \left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2}\right).$$

Наконец, подставляя полученную угловую скорость в (35) и проводя простые преобразования, окончательно получаем, что

$$U_a = \frac{\eta B^2 r_a^2}{8} \left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2}\right)^2.$$

Как видно, анодное напряжение меняется по квадратичному закону, поэтому соответствующая зависимость получила название **параболы критического режима** (рис.20). Если $B < B_3$ то реализуется докритический режим, если $B > B_3$ то – закритический. Все **магнетроны работают в закритическом режиме.**



Рис.20. Парабола критического режима на плоскости параметров (B, U_a)

6. МАГНЕТРОННО-ИНЖЕКТОРНАЯ ПУШКА ГИРОТРОНА

Гиротрон является одним из наиболее мощных приборов миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн, способным работать как в импульсном, так и непрерывном режимах. Типичные выходные мощности варьируются от 1-2 мегаватт в диапазоне частот 100-200 ГГц до нескольких киловатт на частотах 1000-1200 ГГц, что абсолютно недостижимо не только для полупроводниковых приборов, но и для всех других вакуумных генераторов и усилителей СВЧ, за исключением разве что лазеров на свободных электронах (ЛСЭ). ЛСЭ, однако, на несколько порядков превосходят гиротроны как по габаритам, так и по стоимости, занимают огромные экспериментальные залы и фактически на данный момент являются уникальными физическими установками, которые трудно назвать словом «прибор» в обычном понимании этого слова.

Гиротроны находят широкое применение во многих областях науки и техники. Прежде всего, это нагрев плазмы в перспективных термоядерных электростанциях, спекание керамик с уникальными физико-химическими свойствами, спектроскопия и диагностика различных сред, радиолокация и радиовидение с уникальным разрешением на сверхдальние (до орбиты Луны) расстояния и ряд других.

Принцип работы гиротрона основан на индуцированном магнитотормозном излучении **колеблющихся** в однородном магнитном поле электронов. Поэтому для работы прибора принципиально важным является обеспечить большую вращательную скорость электронов, ансамбль которых в совокупности должен образовывать так называемый винтовой электронный пучок (ВЭП) – см. рис.21.

Здесь электроны двигаются по спиралевидным электронным траекториям, ведущие центры которых удалены от оси системы на расстоянии R_0 (как правило гиротроны имеют аксиальную симметрию $\partial/\partial\varphi = 0$).

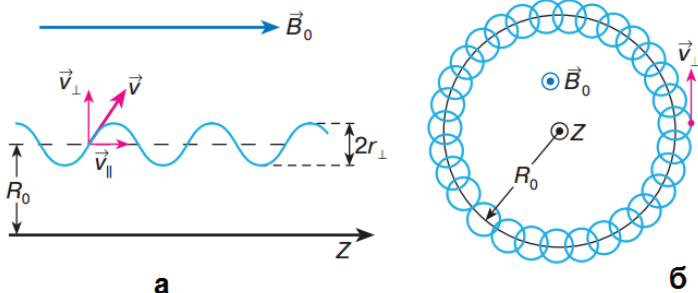


Рис.21. Проекция электронных траекторий на меридиональную (а) и поперечную (б) к оси прибора плоскости в рабочем пространстве гиротрона. B_0 -рабочее магнитное поле. Стрелками указаны направления скорости вращения и продольной (вдоль магнитного поля) скорости электрона

В гиротроне в энергию электромагнитного поля преобразуется только **кинетическая энергия вращательного движения частицы**. Поэтому при формировании ВЭП необходимо обеспечить большое отношение $g = v_\perp / v_\parallel$ (по крайней мере, необходимо $g > 1$, типичные величины g колеблются

от 1.2 до 1.7). Величину g называют **питч-фактором**. Компоненты скоростей электрона могут быть выражены через полную скорость частицы v и питч-фактор как

$$v_{\perp} = \frac{gv}{\sqrt{1+g^2}}, \quad v_{\parallel} = \frac{v}{\sqrt{1+g^2}}.$$

Соответственно, доля колебательной энергии электрона в пучке, как легко видеть

$$t_{\perp} = \frac{g^2}{1+g^2}.$$

КПД гиротрона может быть вычислен как $\eta = \eta_{\perp} t_{\perp}$, где η_{\perp} — так называемый поперечный КПД. Максимальное значение поперечного КПД не превышает 0.7, поэтому для реализации большой мощности и полного КПД гиротрона необходимо обеспечить формирование ВЭП с большим питч-фактором. ВЭП можно сформировать несколькими путями. Наиболее простой, надежной и устойчивой оказалась система, изображенная на рис.22 и получившая название **adiaбатической магнетронно-инжекторной пушки** (МИП).

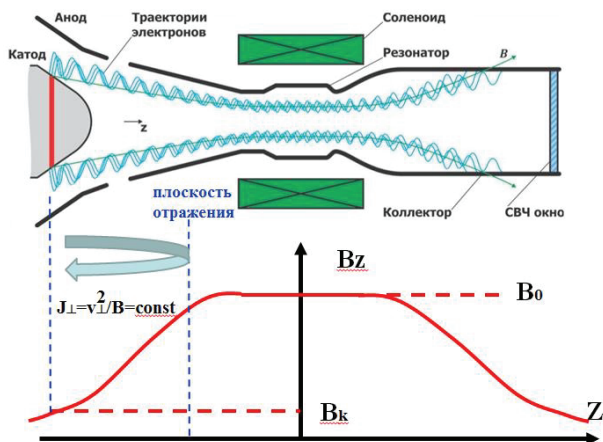


Рис.22. Схема магнетронно-инжекторной пушки гиротрона. Внизу показано распределение осевого магнитного поля

Формирование ВЭП происходит следующим образом. Вследствие явления термоэлектронной эмиссии (выхода электронов из нагретого до достаточно высоких температур порядка 1000-1500°C твердого тела) электрон выходит из так называемого эмитирующего пояaska (отмечен на рис.22 красным) и попадает в область **слабо-неоднородных** электрического и магнитного полей, для которых выполнены условия адиабатического приближения

$$L_E, L_B \gg r_{\perp}, h.$$

Здесь L_E, L_B – масштабы неоднородности электрического и магнитного полей, r_L, h – радиус вращения и шаг электронной траектории. Вследствие этого, движение электрона в течение первого циклотронного периода происходит практически так же, как это описано в п.п. 2.3-2.4, т.е. как в области скрещенных однородных электрического и магнитного полей. Поэтому электрон в прикатодной области приобретает начальную вращательную скорость (см. также рис.23 и ниже).

Далее, вследствие того, что электрическое поле не ортогонально \mathbf{B}_k , а имеет компоненту вдоль магнитного, происходит снос электрона вправо, в область плавно нарастающего (**адиабатического**) магнитного поля. Поскольку поле \mathbf{B} меняется плавно, сохраняется поперечный адиабатический инвариант (см. рис.22) и в нарастающем магнитном поле скорость вращения увеличивается до требуемой величины.

Согласно выражению для КПД гиротрона для его увеличения следовало бы стремиться к реализации режима $g \rightarrow \infty$. Однако реально все гиротроны имеют g уж заведомо не превышающее 2.

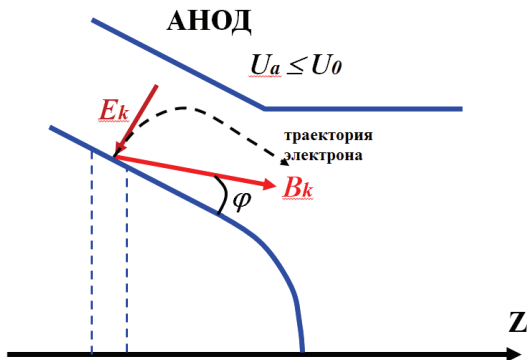


Рис.23.Схема прикатодной области МИП. Показаны направления электрического и магнитного полей в точке вылета электрона

Почему реализация режима $g \rightarrow \infty$ невозможна? Существует несколько причин.

1. Наличие разброса вращательных скоростей электронов. Рабочее пространство (резонатор) является эквипотенциальным, поэтому в нем все электроны имеют одинаковую энергию, определяемую потенциалом резонатора U_0 . Однако МИП, вследствие разных причин, формирует пучок, где у каждого электрона имеется свое соотношение между скоростью поступательного движения и вращательной скоростью, т.е. в пучке существует разброс вращательных скоростей δv_L . Поэтому при попытке реализовать режим, где для некоторой средней электронной фракции пучка $l_L = 1$, всегда найдется группа электронов, которые имеют вращательную скорость, большую, чем у указанной фракции. Тогда такие электроны при движении в нарастающем магнитном поле приобретут вращательную скорость, равную полной, еще до входа в резонатор и отразятся обратно в область электронной пушки (см. рис.22). Т.е. возникнет **магнитное зеркало**, подробно описанное в п. 4. Нетрудно видеть, что для отраженных электронов в области катода существует **электростатическое**

зеркало (электрическое поле для них при обратном движении – **тормозящее**), поэтому частицы отражаются и от него и захватываются в так называемую адиабатическую ловушку между двумя зеркалами и начинают совершать **продольные колебания в ловушке**. В результате между двумя зеркалами начинает накапливаться объемный заряд отраженных электронов. Это облако пространственного заряда совершает продольные колебания и за счет этого наводит высокочастотное поле с частотой, близкой к частоте продольных колебаний. Захваченные в ловушку электроны оказываются в резонансе с наведенным ВЧ полем (частоты близки). В таком переменном поле частицы могут оказаться в тормозящей фазе (тогда они отдадут свою энергию полю), а могут – в ускоряющей (тогда они забирают энергию у поля). Ускоренные частицы уже обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера в области электростатического зеркала и начинают бомбардировать катод. В результате они дополнительно нагревают катод и кроме того вызывают вторичную электронную эмиссию с катода (выбивают новые электроны). Оба процесса приводят к тому, что число захваченных частиц еще больше увеличивается, еще сильнее становятся ВЧ колебания, сильнее бомбардировка и нагрев катода и т.д. В результате **развивается лавинообразный неуправляемый процесс роста тока пучка, и пучок становится неустойчивым**.

2. Электронный пучок несет отрицательный заряд. Поэтому в области резонатора потенциал на пучке оказывается меньше, чем потенциал стенки резонатора U_0 на величину ΔU . Говорят, что **происходит провисание потенциала**. Величина ΔU может быть в первом приближении найдена из теоремы Гаусса как

$$\Delta U = \frac{I}{(2\pi\epsilon_0 R_0 v_{||})} \ln \frac{R_p}{R_0}.$$

Здесь I – ток пучка, R_p – радиус резонатора. Очевидно, при $g \rightarrow \infty v_{||} \rightarrow 0$. Соответственно, провисание потенциала становится очень большим ($\Delta U \rightarrow U_0$) и, как можно показать, пучок при этом становится неустойчивым (см. ниже раздел 8).

3. Мощность и КПД прибора определяются так называемой скоростью подкачки активной среды, из которой черпается энергия излучения. В нашем случае такой активной средой является винтовой электронный пучок, а скорость подкачки – это его продольная скорость $v_{||}$. Очевидно, при $v_{||} = 0$ новые электроны в резонатор поступать не будут, а старые – «высветятся», т.е. отдадут всю свою кинетическую энергию и больше в процессе излучения участвовать не смогут.

Выведем теперь основные расчетные формулы МИП.

Для этого воспользуемся результатами теории движения частиц в слабо-неоднородном (адиабатическом) поле. При условии $L_E, L_B \gg r_{\perp}, h$ скорость электрона

$$v = \frac{dR}{dt} + v_{\perp}.$$

Рассмотрим момент времени $t = 0$ старта электрона с катода. Тогда полная скорость электрона равна 0, следовательно

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} + \mathbf{v}_{\perp} = 0, \quad \mathbf{v}_{\perp k} = -\frac{d\mathbf{R}}{dt}_{t=0}.$$

Здесь $\mathbf{v}_{\perp k}$ – вращательная скорость на катоде. Но скорость ведущего центра

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{[\mathbf{E}, \mathbf{B}]}{B^2} - \frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{2\eta B^3} [\mathbf{B}, \nabla B].$$

Поскольку $t = 0$, *частица находится на катоде и $v_{\parallel} = 0$* . Кроме того, можно показать, что поскольку магнитное поле слабонеоднородно, то третье слагаемое (градиентный дрейф) намного меньше второго и, следовательно

$$\mathbf{v}_{\perp k} = -\frac{d\mathbf{R}}{dt}_{t=0} \approx -\frac{[\mathbf{E}_k, \mathbf{B}_k]}{B_k^2}.$$

Тогда (см. также рис.23, где указаны направления полей) модуль вращательной скорости на катоде

$$v_{\perp k} = \frac{E_k \cos \varphi}{B_k}.$$

Обычно угол наклона магнитного поля к поверхности эмиттера $\varphi \leq 10 - 15^\circ$, поэтому можно положить $\cos \varphi \approx 1$ и считать $v_{\perp k} = E_k/B_k$. При движении электрона сохраняется поперечный адиабатический инвариант, поэтому

$$\frac{v_{\perp k}^2}{B_k} = \frac{v_{\perp 0}^2}{B_0}.$$

Здесь индекс «0» обозначает рабочее пространство. Отсюда

$$v_{\perp 0} = v_{\perp k} \sqrt{\frac{B_0}{B_k}} = \frac{E_k}{B_k} \sqrt{\frac{B_0}{B_k}}.$$

Введем коэффициент компрессии магнитного поля как $\alpha = B_0/B_k$. Тогда

$$v_{\perp 0} = \frac{E_k}{B_0} \alpha^{3/2}.$$

Доля колебательной энергии электрона, с учетом закона сохранения энергии будет

$$t_{\perp} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v^2} = \frac{v_{\perp 0}^2}{2\eta U_0} = \frac{E_k^2}{B_0^2} \frac{\alpha^3}{2\eta U_0}.$$

Отсюда, подставляя все физически константы, получаем

$$\alpha = 1.52 \frac{t_{\perp}^{1/3} U_0^{1/3} B_0^{2/3}}{E_k^{2/3}}. \quad (36)$$

Здесь U_0 в кВ, B_0 в кГс, а E_k – в кВ/мм. Знание α позволяет определить величину магнитного поля на катоде B_k и далее по графику осевого распределения магнитного поля – положение эмиттера МИП (см. рис. 22). Входящие в числитель (36) параметры фактически известны заранее, т.к. величина U_0 определяется имеющимся источником питания и требуемой выходной мощностью гиротрона, рабочее магнитное поле B_0 - заданной рабочей частотой прибора (магнитное поле должно соответствовать условию циклотронного резонанса). Величина t_{\perp} , как указывалось выше, находится в пределах 0.5-0.7, поэтому $t_{\perp}^{1/3}$ также практически известно. Таким образом, единственным свободным параметром в (36) является электрическое поле на катоде E_k . Последнее, однако, также не может выбираться абсолютно произвольно, а, как правило, находится в интервале

$$1\text{кВ/мм} < E_k < 10\text{кВ/мм}.$$

Меньшие поля приводят к слишком сильному воздействию собственного кулоновского поля пучка на параметры ВЭП (падению пичч-фактора и увеличению скоростного разброса), а большие – к пробоею промежутка катод-первый анод.

Найдем еще **положение ведущего центра** R_0 электронных орбит в рабочем пространстве. В однородном магнитном поле дрейф электронов по азимуту отсутствует, поэтому в среднем за период циклотронной частоты угловая азимутальная скорость

$$\bar{\dot{\varphi}} = \frac{1}{T_c} \int_t^{t+T_c} \dot{\varphi} dt = 0, \quad (37)$$

а текущий радиус электрона может быть записан как (см. рис.21)

$$r = R_0 + r_{\perp} \cos(\omega_c t).$$

Как правило в гиротронах

$$r_{\perp} \ll R_0. \quad (38)$$

Из теоремы Буша следует, что

$$\dot{\varphi} = \frac{\eta(\Psi - \Psi_k)}{2\pi r^2}.$$

Тогда подставляя угловую скорость в интеграл (37) с учетом (38) получаем, что

$$\Psi = \Psi_k.$$

Поскольку в резонаторе поле однородное, $\Psi = \pi R_0^2 B_0$. В области катода магнитное поле слабееоднородное, поэтому можно считать $\Psi_k = \pi R_k^2 B_k$. Тогда из равенства потоков следует, что

$$R_0 = \frac{R_k}{\sqrt{\frac{B_0}{B_k}}} = \frac{R_k}{\alpha^{1/2}}.$$

7. ФОРМИРОВАНИЕ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

7.1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ИНТЕНСИВНОГО ПУЧКА

До сих пор мы рассматривали задачи, в которых электрическое поле, действующее на частицу, определяется полем электродов ($E = E_{el}$) и его можно считать **внешним и заданным**. Однако такое предположение оправдано только **при малых токах пучка** (как правило, не более нескольких десятков миллиампер). В то же время, при уровнях мощности СВЧ приборов в десятки и сотни киловатт, токи обычно достигают десятков, а иногда и сотен ампер. В этом случае, помимо поля электродов, на движение электронов существенно влияет собственное поле пространственного заряда пучка E_ρ , т.е. реализуется ситуация, когда $E_\rho \sim E_{el}$. Такие пучки называются **интенсивными**. В этом случае уравнения движения Ньютона уже недостаточно для описания движения частиц и свойств пучка в целом.

Какими уравнениями описываются интенсивные электронные пучки?

Будем для простоты полагать, что собственное магнитное поле пучка мало (это предположение оправдано при нерелятивистских или умеренно релятивистских скоростях частиц), тогда поведение пучка описывается системой уравнений, включающих уравнение движения, уравнение Пуассона, уравнение, связывающее электрическое поле и потенциал, и уравнение, связывающее плотности тока и пространственного заряда, и уравнение непрерывности. Система уравнений выглядит следующим образом.

$$\frac{d(mv)}{dt} = -e_0 E - e_0 [v, B], \quad (39)$$

$$E = -\nabla U, \quad (40)$$

$$\Delta U = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (41)$$

$$j = \rho v, \quad (42)$$

$$\operatorname{div} j = 0. \quad (43)$$

Система уравнений называется **самосогласованной**, поскольку, как легко видеть, изменение одной из переменных сразу влияет на все остальные. В самом деле, пусть мы в (39) изменили траекторию электрона, т.е. его радиус-вектор $r(t)$. Следовательно, изменится распределение плотности объемного заряда $\rho(r)$. Но тогда, согласно (41) изменится и распределение потенциала, а значит, согласно (40) изменится электрическое поле. Но поле входит в уравнение движения (39), значит - изменится скорость и радиус-вектор частицы. Отметим, что уравнение (42) справедливо не всегда, а только при так называемом **однопоточном движении частиц**, т.е. тогда, когда **скорость**

является однозначной функцией координаты. Простейшим примером, иллюстрирующим ситуацию, когда это условие не выполняется, является уже изученный нами плоский диод с магнитным полем (случай движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях – см. п.3.3). Пусть электрон стартует с катода с нулевой начальной скоростью. Как известно, в этом случае он движется по циклоиде (рис.24). Но соседний электрон также движется по циклоиде, но смещенной вдоль поверхности катода. В результате в одной точке имеются 2 электрона с разными направлениями скоростей. Такое состояние электронного облака называется **двухпоточным**.

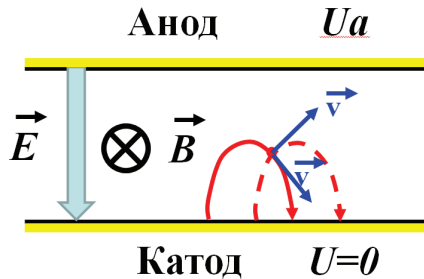


Рис.24. Двухпоточное состояние электронного облака в скрещенных полях

В общем случае в интенсивных электронных пучках реализуется многопоточное состояние, когда число потоков равно некоторому целому числу m . Тогда

$$j = \sum_{i=1}^m \rho_i v_i.$$

В дальнейшем мы будем полагать, что состояние электронного облака однопоточное, и мы можем пользоваться соотношением (42).

7.2. ТЕОРИЯ ПЛОСКОГО ИДЕАЛИЗИРОВАННОГО ДИОДА

Пусть есть плоский диод (рис.25) с анодным напряжением $U_a > 0$ и размеры анода и катода в y - и z - направлениях таковы, что

$$L_y, L_z \gg d.$$

Тогда зависимостью от соответствующих координат можно пренебречь, т.е. положить $\partial/\partial y = 0, \partial/\partial z = 0$ и решать задачу как одномерную. Нас в дальнейшем будет интересовать, как меняется распределение потенциала и ток через диод при изменении температуры катода T .

Очевидно, при $T = 0$, электроны из катода вылететь не могут, т.е. мы имеем обычный плоский конденсатор с однородным электрическим полем и линейно меняющимся от катода к аноду потенциалом:

$$T = 0, \quad I_a = 0, \quad E = \frac{U_a}{d}, \quad U(x) = \frac{U_a}{d} x.$$

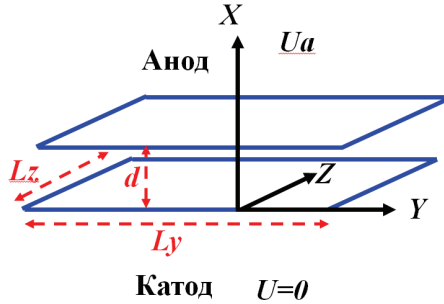


Рис.25. Модель плоского диода

Увеличим теперь температуру катода до некоторого значения T_1 . Тогда из катода начнется термоэлектронная эмиссия (рис.26 а), и в промежутке между катодом и анодом возникнет облако пространственного заряда. Рассмотрим элемент заряда (слой) протяжённостью dx (рис.26 б).

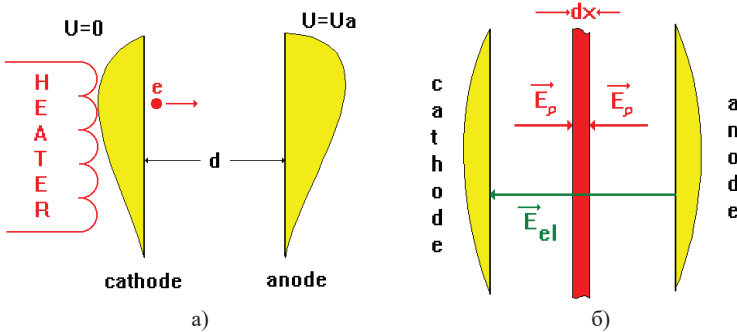


Рис.26. Эмиссия электронов из катода и действующие на электрон поля

Поскольку электроны – отрицательно заряженные частицы, слой заряжен отрицательно и собственное кулоновское поле слоя направлено к слою. Тогда по принципу суперпозиции полное поле

$$E = E_{el} + E_p.$$

Легко видеть, что слева от слоя $E_{el} \downarrow E_p$, справа от слоя $E_{el} \uparrow E_p$, следовательно, слева поле уменьшится, справа – увеличится. Но поле связано с потенциалом соотношением

$$E = -\frac{dU}{dx}.$$

Поэтому кривая распределения потенциала $U(x)$ опустится вниз (см. рис.27). Говорят, что произошло **провисание потенциала**.

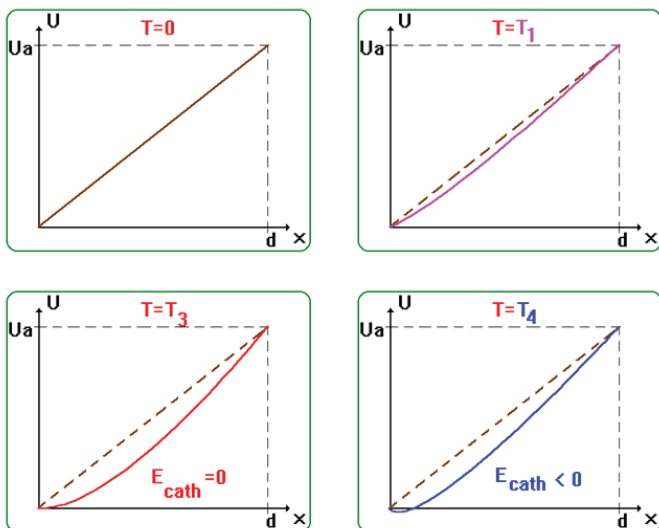


Рис.27. Распределение потенциала при различной температуре катода

Если мы еще увеличим температуру до $T_2 > T_1$, то ток и пространственный заряд еще вырастут и кривая опустится еще ниже. И т.д., по мере увеличения температуры ток будет увеличиваться, а провисание потенциала возрастать пока мы не дойдем до такой температуры $T = T_3$, что поле на катоде $E_k = -dU/dx|_{x=0}$ обратится в 0. Рассмотрим далее, как будет развиваться процесс во времени, если мы еще больше увеличим температуру. Далее для простоты пренебрежем начальной тепловой скоростью электронов и будем полагать, что $v|_{x=0} \equiv 0$ (как уже отмечалось ранее, тепловая энергия электронов порядка 0.1 В, а типичные ускоряющие напряжения – по крайней мере сотни вольт). Увеличим теперь температуру до $T = T_4 > T_3$. Тогда еще больше электронов выйдет из катода за счет термоэмиссии, провисание потенциала еще больше увеличится и **возникнет минимум потенциала, а поле на катоде сменит знак и станет для выходящих электронов тормозящим**. Поскольку согласно закону сохранения энергии $v = \sqrt{2\eta U}$, то электроны не смогут войти в область отрицательного потенциала и ток с катода прекратится, пространственный заряд в диоде начнет рассасываться (у катода ρ уменьшится) и кривая распределения потенциала $U(x)$ начнет подниматься вверх (см. качественную картину распределения $U(x)$ при $T = T_1$). Но тогда поле для электронов станет ускоряющим, они опять начнут выходить из катода, потенциал опять начнет понижаться, снова образуется минимум потенциала, ток опять прекратится и т.д. Возникает переходной колебательный процесс. В конце концов, установится **динамическое равновесие**, соответствующее кривой $U(x)$ с $T = T_3$, т.е. **когда поле на катоде равно нулю**. Таким образом, при $T < T_3$, **анодный ток в диоде зависит от температуры**. Такой режим

называется **режимом температурного ограничения эмиссии**. Если же $T > T_3$, то **ток от температуры уже не зависит**. Такой режим получил название **режим ограничения тока пространственным зарядом** (ρ -режим).

Найдем **величину тока анода в режиме ограничения тока пространственным зарядом**. Система самосогласованных уравнений при одномерном движении электронов в диоде имеет вид (сразу учтем, что частица отрицательная и будем писать соотношения для модуля плотности тока и пространственного заряда)

$$\frac{dv}{dt} = -\eta E, \quad (44)$$

$$E = -\frac{dU}{dx}, \quad (45)$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (46)$$

$$j = -\rho v, \quad (47)$$

$$\operatorname{div} j = \frac{dj}{dx} = 0. \quad (48)$$

Из (44) и (45) сразу следует закон сохранения энергии в виде $v = \sqrt{2\eta U}$, а из (48) получаем, что

$$j = \frac{I_a}{S_a} = \text{const.}$$

Здесь I_a - анодный ток, S_a - площадь анода. Тогда из (47) плотность объемного заряда

$$\rho = -\frac{j}{v} = -\frac{I_a}{S_a \sqrt{2\eta U}}.$$

Подставим получившееся соотношение для ρ в уравнение Пуассона (46), тогда мы свели задачу к решению уравнения

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{I_a}{\varepsilon_0 S_a \sqrt{2\eta U}}. \quad (49)$$

Отметим, что уравнение (49) описывает как режим температурного ограничения эмиссии, так и ограничения тока пространственным зарядом. Для фиксации режима необходимо к уравнению (49) добавить соответствующие граничные условия. Для **режима ограничения тока пространственным зарядом**, как показано выше, должны выполняться следующие **граничные условия**

$$U|_{x=0} = 0, \quad U|_{x=d} = U_a, \quad \frac{dU}{dx}|_{x=0} = 0.$$

Перепишем для удобства наше уравнение в виде

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{k}{\sqrt{U}}, \quad (50)$$

где коэффициент

$$k = \frac{I_a}{\varepsilon_0 S_a \sqrt{2\eta}}. \quad (51)$$

Умножим теперь правую и левую часть (50) на $2dU/dx$, тогда

$$\frac{2dU}{dx} \times \frac{d^2U}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 = \frac{2dU}{dx} \frac{k}{\sqrt{U}} = 4k \frac{d}{dx} (\sqrt{U}).$$

Интегрируя преобразованное уравнение получаем

$$\left(\frac{dU}{dx} \right)^2 = 4k\sqrt{U} + C_1. \quad (52)$$

Константу интегрирования C_1 найдем с помощью граничных условий полагая $x = 0$. Поскольку

$$U|_{x=0} = 0, \quad \frac{dU}{dx}|_{x=0} = 0,$$

то $C_1 = 0$. Извлекая корень из обеих частей уравнения (52), получаем уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dU}{U^{\frac{1}{4}}} = 2k^{\frac{1}{2}} dx.$$

Интегрируя, получаем, что

$$\frac{4}{3} U^{\frac{3}{4}} = 2k^{\frac{1}{2}} x + C_2.$$

Снова полагая $x = 0$, тогда из граничных условий константа интегрирования $C_2 = 0$ и окончательно

$$U = \left(\frac{3}{2} k^{\frac{1}{2}} x \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (53)$$

Полагая здесь $x = d$, получаем, что

$$U_a = \left(\frac{3}{2} k^{\frac{1}{2}} d \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (54)$$

Деля теперь одно уравнение на другое, приходим к следующему распределению потенциала в диоде в режиме ограничения тока пространственным зарядом

$$U = U_a \left(\frac{x}{d} \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (55)$$

Подставим теперь в (54) выражение (51) для коэффициента k , который пропорционален анодному току. Тогда после несложных преобразований можно выразить анодный ток

$$I_a = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} \frac{U_a^{\frac{3}{2}}}{d^2} S_a = P U_a^{\frac{3}{2}}. \quad (56)$$

Таким образом, мы получили так называемый «закон трех вторых». Величина P в (56) называется **первеансом**. В данном случае, для плоского диода

$$P = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} \frac{S_a}{d^2}.$$

Можно показать, что для **любого** диода справедлив закон трех вторых, только величина первеанса P для каждой конкретной геометрии диода будет своя.

7.3. ФОРМИРОВАНИЕ ЛЕНТОЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ. ПУШКА ПИРСА.

Во многих электронных приборах для эффективного взаимодействия электронного пучка с электромагнитным полем необходимо иметь электронный поток в виде плоского заряженного слоя (ленты), все частицы которого движутся с одинаковой скоростью вдоль прямолинейной оси (рис.28). Такой пучок получил название **ленточного пучка**.

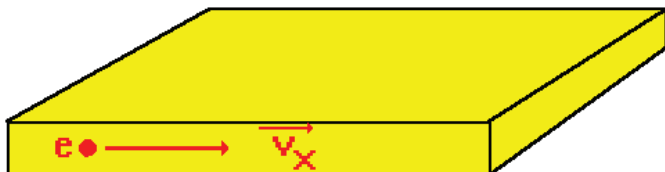


Рис.28. Ленточный электронный пучок

Как сформировать такой пучок? Аналогичные траектории частиц (одномерное движение вдоль оси x) имеются в бесконечном плоском диоде. Поэтому, на первый взгляд, нужно просто взять плоский диод, выкинуть часть пучка сверху, выкинуть часть пучка снизу, нагреть до нужной температуры только часть катода ограниченной ширины, где мы оставили зону эмиссии, и мы получим ленточный пучок (см. рис.29).

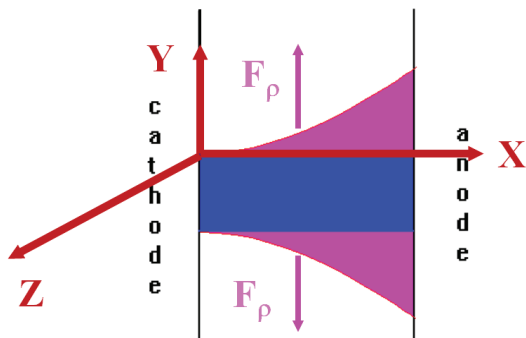


Рис.29. Электронный поток в плоском диоде при эмиссии из зоны конечной ширины. Показано направление радиальной силы, действующей на частицы

Однако, на самом деле, поскольку одноименные заряды отталкиваются, в пучке возникнут поперечные силы расталкивания, и он станет расходящимся. Поэтому идея расчета соответствующей электронно-оптической системы (электронной пушки) заключается в том, чтобы **выкинуть пучок так, чтобы оставшаяся часть этого «не заметила»**. Как это сделать? Введем систему координат, как это показано на рис.29, и предположим, что мы убираем часть пучка выше оси x , т.е. при $y > 0$. Как обеспечить для оставшейся части пучка те же условия, которые были в безграничном диоде? Это означает, что **надо сохранить при $y = 0$ те же граничные условия, которые существовали на этой поверхности в безграничном потоке**. Тогда, согласно теории плоского диода, надо обеспечить отсутствие поперечной компоненты электрического поля, а потенциал как функция x , должен меняться так же, как это было в безграничном потоке, т.е.

$$U_{|y=0} = U_a \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{4}{3}}, \quad \frac{\partial U}{\partial y}_{|y=0} = -E_y = 0. \quad (57)$$

Поскольку при $y > 0$ электронный пучок мы убрали, то в этой области пространственный заряд отсутствует, и распределение потенциала подчиняется уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \quad (58)$$

Таким образом, нам надо решить уравнение (58) при граничных условиях (57), т.е. мы приходим к так называемой **задаче Коши** (оба граничных условия заданы на одной и той же поверхности) для уравнения Лапласа.

Решение указанной задачи будем искать **методом аналитического продолжения**. Решение на линии $y = 0$ нам известно, оно подчиняется формуле (55). Тогда введем комплексную переменную $z = x + iy$ и аналитически продолжим наше решение в комплексную плоскость, т.е. рассмотрим функцию

$$\varphi(z) = U_a \left(\frac{z}{a}\right)^{\frac{4}{3}} = U_a \left(\frac{x + iy}{a}\right)^{\frac{4}{3}}. \quad (59)$$

Докажем, что решением нашей задачи является функция

$$U(x, y) = \operatorname{Re}\Psi(z) = \frac{U_a}{d^{4/3}} \operatorname{Re}z^{4/3}. \quad (60)$$

Чтобы (60) было решением нашей задачи, функция должна удовлетворять уравнению и граничным условиям. Из теории функций комплексной переменной известно, что если есть аналитическая функция $f(z) = \Phi(x, y) + i\zeta(x, y)$, то реальная и мнимая части функции по отдельности тождественно удовлетворяют уравнению Лапласа

$$\Delta\Phi = 0,$$

$$\Delta\zeta = 0.$$

Следовательно, функция (60) удовлетворяет уравнению Лапласа.
Проверим теперь выполнение граничных условий.

$$U(x, y)|_{y=0} = \frac{U_a}{d^{4/3}} \operatorname{Re}(x + iy)^{4/3}|_{y=0} = U_a \left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}.$$

Т.е. граничное условие на потенциал выполняется. Вычислим теперь $\partial U/\partial y|_{y=0}$

$$\frac{\partial U}{\partial y}|_{y=0} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{U_a}{d^{4/3}} \operatorname{Re}z^{4/3} \right\}.$$

Как известно, операции взятия реальной части и вычисления производной коммутативны, поэтому

$$\frac{\partial U}{\partial y}|_{y=0} = \frac{U_a}{d^{4/3}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} z^{4/3} \right\} = \frac{U_a}{d^{4/3}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{4}{3} i(x + iy)^{1/3} \right\}|_{y=0} = \frac{U_a}{d^{4/3}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{4}{3} i x^{1/3} \right\} = 0.$$

Таким образом, выполняется как уравнение, так и граничные условия, значит функция (60) является решением. Найдем теперь **форму электродов пушки**.

Как известно, если мы заматаллизируем эквипотенциали, то распределение поля не изменится, а эквипотенциали и дадут нам форму электродов. Для расчета эквипотенциалей удобно перейти в полярную систему координат (рис.30),

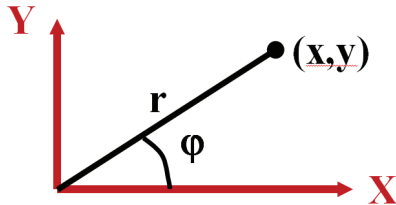


Рис.30. Полярная система координат для расчета эквипотенциалей

Тогда $x + iy = z = re^{i\varphi}$.

Нам надо вычислить $Re\{z^{\frac{4}{3}}\}$, получаем

$$Re\left\{z^{\frac{4}{3}}\right\} = Re\{re^{i\varphi}\}^{\frac{4}{3}} = r^{\frac{4}{3}} Re e^{\frac{i4\varphi}{3}} = r^{\frac{4}{3}} \cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right).$$

Следовательно

$$U = U_a \left(\frac{r}{d}\right)^{\frac{4}{3}} \cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right). \quad (61)$$

Найдем уравнение **катодной эквипотенциали**, тогда надо положить $U = 0$. Из (61) следует

$$\cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{3\pi}{8} = 67^\circ 30'.$$

Т.е. катод – прямая линия, наклоненная к оси **под углом Пирса $67^\circ 30'$** . Уравнения промежуточных эквипотенциалей получаются из (61), в частности, полагая в (61) $U = U_a$, находим **уравнение анода**

$$r = \frac{d}{\left(\cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right)\right)^{3/4}}.$$

Форма катода и анода качественно показана на рис.31. Если теперь провести аналогичную операцию и расчеты, и отбросить пучок снизу, то мы получаем форму электродов в **классической пушке Пирса** (рис.31). Недостатком классической пушки Пирса является то, что весь пучок попадает на анод, а в практических конструкциях его необходимо транспортировать дальше, в канал транспортировки. Поэтому на практике конфигурацию рис.31 модифицируют: делают отверстие в аноде и, кроме того, ставят над каналом транспортировки соленоид для фокусировки пучка.

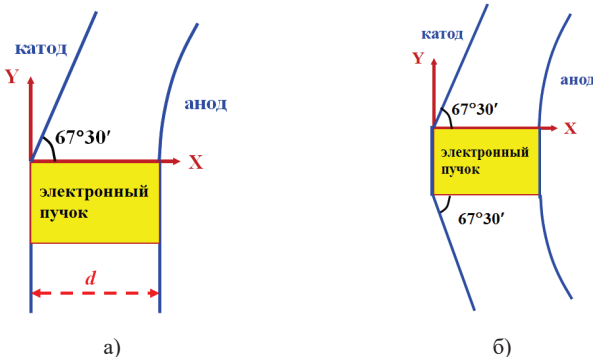


Рис.31. Положение пучка и форма катода и анода при отбрасывании верхней части пучка (а) и форма электродов классической пушки Пирса (б)

При отсутствии соленоида на входящий в канал электрон действует рассеивающее электрическое поле (см. форму эквипотенциальных поверхностей на рис.32). Образуется так называемая рассеивающая линза-диафрагма. Чтобы скомпенсировать действие этой линзы и ставится соленоид. Как известно, радиус вращения электрона $r_{\perp} \sim 1/B$, поэтому при $B \rightarrow \infty$ (реально, при достаточно сильном магнитном поле) электроны двигаются вдоль магнитных силовых линий и не перехватываются анодом в канале транспортировки.

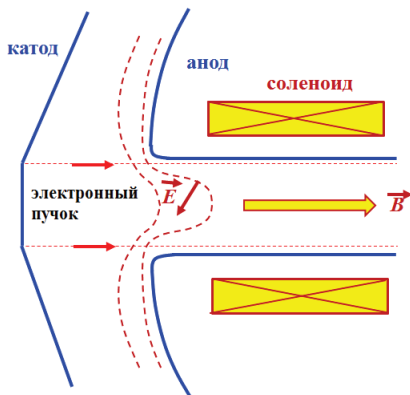


Рис.32. Модифицированная пушка Пирса. Показана форма эквипотенциальных поверхностей в анодном отверстии и направление действующего в отверстии электрического поля

8. ПРЕДЕЛЬНЫЙ ТОК ТРАНСПОРТИРОВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Важным элементом электронно-оптической системы является канал транспортировки. Канал транспортировки расположен между электронной пушкой и рабочим пространством прибора и служит для «передачи» электронного пучка из электронной пушки в область взаимодействия с высокочастотным полем. Как правило, каналы транспортировки имеют цилиндрическую форму. Наиболее важной характеристикой транспортируемого через канал пучка является ток пучка I . Пусть у нас есть цилиндрический канал, в который входит **тонкий цилиндрический пучок** и вдоль канала направлено фокусирующее магнитное поле $B \rightarrow \infty$ (рис. 33). Тогда поперечные движения электронов невозможны ($v_{\perp} = 0$) и все частицы имеют только продольную скорость v_{\parallel} , и соответственно, не могут попасть на стенки канала. **Любой ли ток можно пропустить в этом случае через канал?** Казалось бы – любой, т.е. $I \rightarrow \infty$, поскольку электроны не могут двигаться поперек магнитного поля. Однако, как показывают расчеты, **ток в канале даже при $B = \infty$ не может превышать некоторого максимального значения I_{max} , которое называется предельным током транспортировки**

$$I \leq I_{max}.$$

Причина этого ограничения связана с **провисанием потенциала**: вследствие того, что пучок заряжен отрицательно, потенциал в области пучка уменьшается и оказывается меньше, чем потенциал стенки канала U_0 на величину ΔU .



Рис.33. Электронный пучок в канале транспортировки. Слева показана формирующая пучок магнетронно-инжекторная пушка с малым пичч-фактором $g \ll 1$

Вычислим величину ΔU . Для этого напишем теорему Гаусса

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

для объема в виде цилиндра длины L , охватывающего пучок. Тогда (см. также рис.34)

$$2\pi r L E_r = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{It}{\varepsilon_0} = \frac{IL}{v_{||}\varepsilon_0}.$$

Отсюда

$$E_r = \frac{I}{2\pi r v_{||}\varepsilon_0}.$$

Тогда провисание

$$\Delta U = \int_{r_1}^{r_2} E_r dr = \frac{I}{2\pi v_{||}\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (62)$$

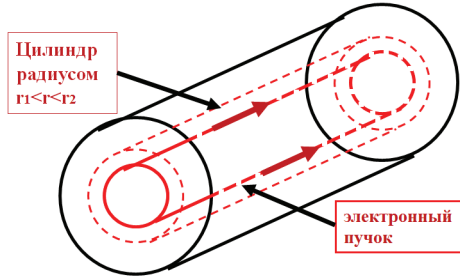


Рис.34. К расчету поля пучка по теореме Гаусса

Но величина продольной скорости сама зависит от провисания потенциала, т.к.

$$v_{||} = \sqrt{2\eta U} = \sqrt{2\eta(U_0 - \Delta U)}. \quad (63)$$

Выразим из (62) ток

$$I = \frac{2\pi\varepsilon_0\Delta U v_{||}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon_0\Delta U\sqrt{2\eta(U_0 - \Delta U)}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = A\Delta U\sqrt{(U_0 - \Delta U)} = AF(x),$$

где для краткости положим $x = \Delta U$. Константа

$$A = \frac{2\pi\varepsilon_0\sqrt{2\eta}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}, \quad F(x) = x(U_0 - x)^{\frac{1}{2}}.$$

Очевидно, что $F(0) = F(U_0) = 0$, следовательно, между этими двумя точками достигается экстремум $F(x)$ (рис.35).

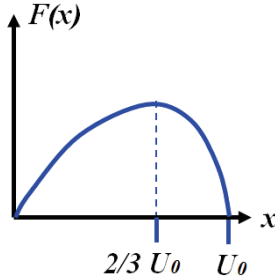


Рис.35. Вид функции $F(x)$

Условие экстремума:

$$\frac{dF}{dx} = 0.$$

Дифференцируя $F(x)$ получаем что

$$\sqrt{(U_0 - x)} - \frac{x}{2\sqrt{(U_0 - x)}} = 0, \quad (U_0 - x) - \frac{x}{2} = 0.$$

Таким образом, экстремум достигается при

$$x = \Delta U = \frac{2}{3} U_0.$$

Подставим теперь величину ΔU в формулу для тока, тогда

$$I = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \pi \sqrt{2\eta} \frac{\sqrt{3}}{\ln(\frac{r_2}{r_1})} U_0^{\frac{3}{2}} = P U_0^{\frac{3}{2}}.$$

Итак, мы опять получили **закон степени 3/2**, только с другим первеансом. Полученный ток и является предельным током транспортировки. Вообще говоря, ток электронной пушки не зависит от I_{max} , его можно делать любым. **Что будет, если мы попытаемся увеличить ток сверх I_{max} ?**

Пусть ток электронной пушки растет во времени $I = I(t)$ и в некоторый момент превышает I_{max} . Очевидно, даже при малом токе уже существует провисание потенциала между стенкой резонатора и пучком. По мере роста $I = I(t)$ оно увеличивается. Значит, при $I > I_{max}$ провисание станет еще больше ($\Delta U \uparrow$), следовательно продольная скорость станет еще меньше ($v_{\parallel} \downarrow$), поэтому плотность объемного заряда еще вырастет ($\rho \uparrow$), тогда провисание еще увеличится ($\Delta U \uparrow$), продольная скорость станет еще меньше ($v_{\parallel} \downarrow$) и т.д. **Начнется лавинообразное уменьшение потенциала на пучке до тех пор, пока в некоторой плоскости он не упадет до нуля.** В результате, в силу симметрии задачи («право» и «лево» равноправны) мы получим **плоскость, в которой потенциал равен 0 и продольное поле тоже равно нулю.** Т.е. такие

же условия, как на катоде диода в режиме ограничения тока пространственным зарядом. Поэтому такая плоскость называется **виртуальным катодом**.

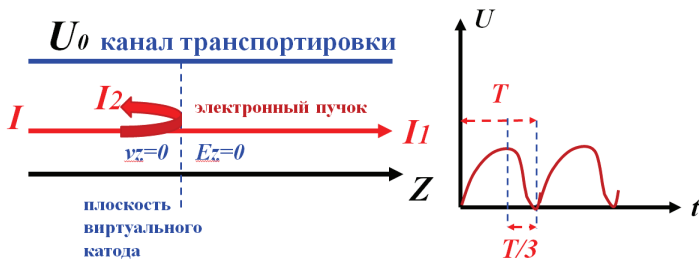


Рис.36. Образование виртуального катода. Зависимость потенциала в плоскости виртуального катода от времени

Из закона сохранения энергии следует, что в этой плоскости скорость $v_{||} = \sqrt{2\eta U} = 0$, но в этой же плоскости и продольная сила, действующая на электрон, тоже равна нулю. Поэтому под действием случайных возмущений электрон может начать двигаться либо вправо, либо влево. В результате, как показывает детальное численное моделирование этого процесса, электронный пучок делится на два: **часть пучка поворачивает назад, а часть проходит вперед**. Мало того, **пучок становится неустойчивым**, в нем возникают колебания потенциала и пространственного заряда. Поэтому процесс отражения части пучка назад и понижения потенциала до нуля носит периодический характер: в отдельные моменты пучок проходит, в другие – отражается (рис.36). Это явление используется для генерации шумовых колебаний в приборе, который получил название **виркатор**.

9.СИСТЕМЫ РЕКУПЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ В МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ СВЧ

Как правило, КПД η многих электронных приборов при больших мощностях относительно невелик – порядка 20-40%. Поэтому возникает необходимость увеличить η хотя бы до величины 50-60% или более. В принципе, это можно осуществить двумя путями:

- каким-то образом улучшить энергообмен между ВЧ полем и электронным пучком в электродинамической системе прибора (резонаторе или волноводе), например, за счет изменения структуры ВЧ поля или пространственного положения электронного пучка

- ничего не пытаться сделать в электродинамической системе, но исправить ситуацию с КПД уже **после взаимодействия за счет возвращения не использованной энергии электронного пучка обратно в источник питания.**

Второй способ получил название **рекуперации энергии**. Рассмотрим этот подход подробнее.

Проанализируем сначала, **как вернуть энергию для отдельного электрона**. После взаимодействия с ВЧ полем у электрона остается остаточная кинетическая энергия W . Следовательно, если затормозить электрон продольным электрическим полем (рис.37а), то его кинетическая энергия может быть уменьшена практически до нуля, и эта энергия **вернется обратно в источник питания.**

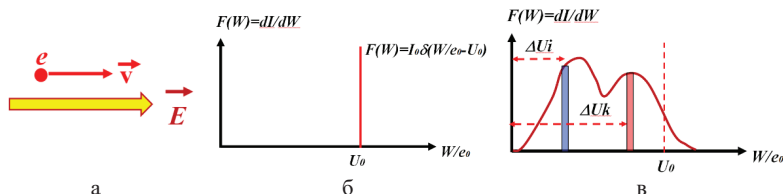


Рис.37. Принцип отбора кинетической энергии от единичного электрона (а), энергетический спектр электронного пучка до взаимодействия с ВЧ полем (б) и после взаимодействия (в)

Электронный пучок в целом характеризуется энергетическим распределением $F(W) = dI/dW$. Здесь I - ток, W - энергия электронов. До взаимодействия с ВЧ полем все электроны имеют одну и ту же энергию, определяемую потенциалом пространства взаимодействия U_0 относительно катода, т.е. функция распределения – это дельта-функция (рис.36 б). После взаимодействия электроны в основном отдают энергию, причем для разных фракций эффективность передачи энергии электромагнитному полю разная, поэтому функция преобразуется в кривую, качественно изображенную на рис.36в. Отметим, что при взаимодействии всегда образуются «неправильные» электроны, энергия которых оказывается больше ускоряющего напряжения (см. рис.36в, такие частицы, наоборот, отбирают энергию от поля).

Как отобрать энергию от пучка? Разобьем функцию распределения на отдельные фракции (см. рис.36в, где для примера показаны i -ая и k -ая фракции). Тогда, для того чтобы отобрать практически всю энергию от i -ой фракции, очевидно, надо приложить тормозящий потенциал ΔU_i , равный

минимальной энергии этой фракции. Аналогично, чтобы отобрать энергию от k -ой фракции, надо приложить тормозящий потенциал ΔU_k . Следовательно, чтобы отобрать всю оставшуюся кинетическую энергию от пучка в целом, надо сначала **разделить пучок в пространстве на n фракций**, а потом отдельно затормозить каждую фракцию на соответствующую величину тормозящего потенциала, т.е. **посадить эти электроны на электрод с потенциалом $U_i = U_0 - \Delta U_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)**. Таким образом, мы приходим к n -ступенчатой системе рекуперации, схема которой приведена на рис.38. Очевидно, соотношение между потенциалами ступеней рекуперации должно быть следующим

$$U_0 > U_1 > U_2 > \dots > U_n.$$

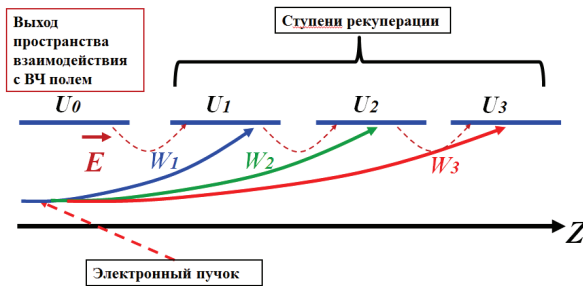


Рис.38. Принципиальная схема системы рекуперации. Показано направление тормозящего электрического поля между ступенями

Какой максимальный КПД прибора с n -ступенчатой системой рекуперации η_n , если $n \rightarrow \infty$? Очевидно, $\eta_n \rightarrow 1$, т.к. в этом случае мы отбираем всю кинетическую энергию от каждой фракции. В практических конструкциях приборов, тем не менее, $n \leq 4$. Для такого ограничения существует несколько причин.

1. Малое расстояние между ступенями, трудно разместить электроды с разными потенциалами.
 2. Необходимо много источников питания, что технологически сложно и дорого.
 3. Трудно сепарировать в пространстве парциальные пучки с разными, но очень близкими энергиями.
 4. Малый выигрыш от увеличения числа ступеней при больших n .
- Остановимся на этом пункте чуть подробнее. Пусть η_e – так называемый электронный КПД прибора, т.е. КПД энергообмена между пучком и электромагнитным полем непосредственно в рабочем пространстве, без системы рекуперации. Тогда из закона сохранения энергии можно показать, что КПД n -ступенчатой рекуперации (см. также рис.39)

$$\eta_n = \frac{\eta_e}{1 - \sum_{i=1}^n \chi_i \left(1 - \frac{U_i}{U_0}\right)}, \quad \chi_i = \frac{I_i}{I_0}.$$

Здесь I_0 – полный ток пучка, I_i – ток i -ой фракции садящейся на i -ый электрод.

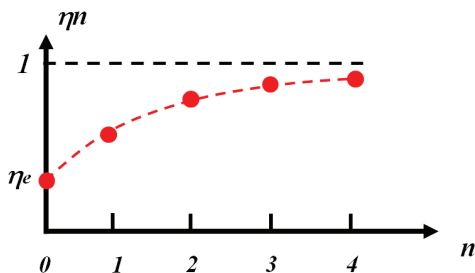


Рис.39. Качественная зависимость КПД n -ступенчатой рекуперации от числа ступеней

Таким образом, дальнейшее увеличение числа ступеней более 3-4 не имеет смысла, поскольку выигрыш от добавления каждой следующей ступени очень маленький, а трудности реализации резко возрастают (см. также перечисленные выше в пп. 1-3 трудности).

Основная **трудность** при реализации системы рекуперации – эффективная **сепарация электронов с разными энергиями в пространстве**. В случае относительно маломощных приборов (ЛБВ-О типа, например) обычно для фокусировки пучка в рабочем пространстве используется магнитная периодическая фокусирующая система. В ней за выходом из рабочего пространства магнитное поле обращается в ноль, поэтому для разделения пучков в пространстве может быть использована система электронных зеркал (рис.40).

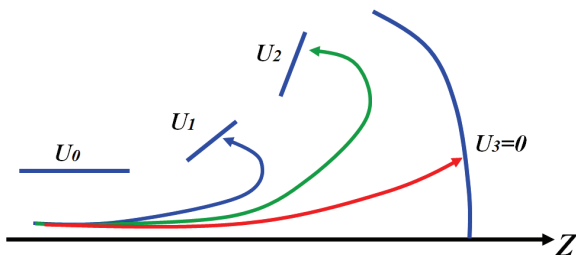


Рис.40. Разделение пучка на фракции в системе электронных зеркал

Электроны делают петлю и садятся на соответствующую ступень коллектора после отражения, на развороте. Недостатком данной схемы является то, что электроны садятся на ступень почти перпендикулярно поверхности. В результате площадь оседания пучка оказывается маленькой, а плотность мощности рассеяния остаточной энергии электронов – большой. Поэтому для мощных приборов такая схема не приемлема.

В мощных электронных приборах обычно используется магнитная фокусировка, осуществляемая сильным полем соленоида. В этом случае шаг и

радиус вращения электрона по ларморовской окружности малы по сравнению с масштабом неоднородности магнитного поля (магнитное поле адиабатическое) поэтому все электроны, не зависимо от их энергии, двигаются в области коллектора вдоль одной и тоже ведущей силовой линии и рассепарировать их в пространстве по энергиям невозможно. Однако разделить электроны с разной энергией все же возможно, если **нарушить условие адиабатичности**, т.е. обеспечить условие

$$T_c \frac{dB}{dt} \gg B.$$

В частности, такое условие может быть выполнено, если использовать систему дипольных катушек с противоположными направлениями собственных магнитных полей (рис.41). В этом случае осевое поле в плоскости симметрии обращается в ноль, а силовые линии резко уходят вверх. Поэтому для быстрых электронов условие адиабатичности нарушается, и они «протыкают» область реверса. В то же время для медленных электронов условие адиабатичности выполнено, и они следуют за магнитной силовой линией.

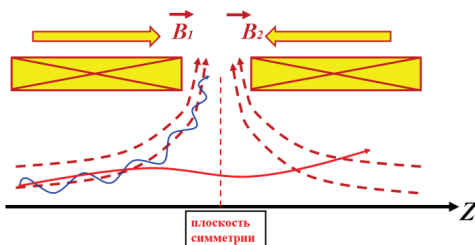


Рис.41. Конфигурация магнитного поля и электронные траектории в системе с реверсом магнитного поля

Необходимость и возможность пространственной сепарации частиц разной энергии и число ступеней рекуперации зависит от энергетического спектра электронов на выходе из пространства взаимодействия. Как правило, для реализации системы рекуперации необходимо сначала разделить электроны с разными энергиями в пространстве, и лишь затем их тормозить. Однако существует случай, когда этого делать не надо. Такой случай реализуется в гиротроне. Здесь, как можно доказать, энергетический спектр начинается не с нуля, а с энергий $U_{min} \approx 0.4U_0$ (рис.42). Поэтому при использовании одноступенчатой системы рекуперации можно весь пучок затормозить на величину минимальной энергии без разделения его на фракции.

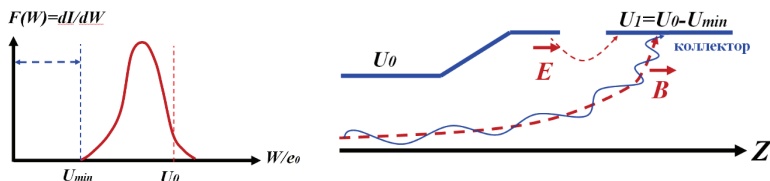


Рис.42. Энергетическое распределение на выходе резонатора гиротрона и соответствующая схема одноступенчатой рекуперации энергии

Тогда из общей формулы для КПД рекуперации следует, что

$$\eta_1 = \eta_e \frac{U_0}{U_1} \approx 1.5 \eta_e.$$

Учитывая, что электронный КПД гиротрона достигает 40%, в схеме одноступенчатой рекуперации можно достичь КПД около 60%. Одноступенчатая рекуперация в гиротроне имеет еще два преимущества. Во-первых, она позволяет существенно понизить тепловую нагрузку коллектора (после торможения энергия бомбардирующих коллектор частиц значительно уменьшается). Во-вторых, она позволяет использовать менее мощный и менее дорогой источник питания, поскольку мощность питания определяется потенциалом того электрода, на который в конце концов после взаимодействия с ВЧ полем попадет электронный пучок. В данном случае мы получаем, что вместо мощности $P_0 = I_0 U_0$ необходима мощность $P_1 = I_0 U_1 = I_0 (U_0 - U_{min})$. Учитывая, что типичные ускоряющие напряжения в гиротроне достигают 80–100 кВ, а токи – 40–50 А, мы получаем очень значительный выигрыш в мощности питания прибора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цимринг Ш. Е. Введение в высокочастотную вакуумную электронику и физику электронных пучков. - Нижний Новгород: Ин-т прикладной физики, 2012. – 575 с.
2. Молоковский С. И., Сушков А. Д. Интенсивные электронные и ионные пучки. - М.: Энергоатомиздат, 1991. – 302 с.
<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=77330&idb=0>
3. Кельман В. М., Явор С. Я. Электронная оптика. - Л.: Наука, Ленингр. отделение, 1968. – 487 с.
<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=86146&idb=0>
4. Гапонов В. И. Электроника: учеб. пособие для вузов. Ч. 1: Физические основы. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. – 516 с.
<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=45634&idb=0>
5. Алямовский И. В. Электронные пучки и электронные пушки. М.: Советское радио, 1966. – с.18-113.
6. Кириштейн П. Т., Кайно Г. С., Уотерс. У. Е. Формирование электронных пучков/ пер. с англ. Э. Я. Пастрона [и др.]; под ред. Л. В. Шубина. - М.: Мир, 1970. – 600 с.
<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=75137&idb=0>
7. Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц, пер. с англ. А. В. Агафонова; под ред. А. А. Коломенского. - М.: Мир, 1984. – 432 с.
<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=80550&idb=0>
8. Морозов А. И., Соловьев Л. И. Движение заряженных частиц в электромагнитных полях. – В кн.: Вопросы теории плазмы, вып. 2. М.: Госатомиздат, 1963. – с.177 – 261.

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФОРМИРОВАНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

Владимир Николаевич Мануилов
Ксения Александровна Лещева

Учебное пособие

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Национальный
исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского».
603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Подписано в печать 26.01.2023 г. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 3,3. Заказ № 11. Тираж 25 экз.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета
им. Н.И. Лобачевского.
603000, г. Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37.